

DESARROLLO DE SOFTWARE PARA EL ANÁLISIS DE LAS ELIPSES DE TSCHERNING

Gerardo Trujillo Schiaffino, Didia Patricia Salas Peimbert, Marcelino Anguiano Morales
Instituto Tecnológico de Chihuahua
División de Estudios de Posgrado e Investigación
Ave. Tecnológico 2909, Col. 10 de Mayo, C.P. 31310, Chihuahua, Chih. México
Tel. 52 614 201 2078 x 37
gtrujill@itchihuahua.edu.mx

1. RESUMEN.

En este artículo se presenta el desarrollo de un programa de cómputo que calcula las elipses de Tscherning para lentes oftálmicas en función del índice de refracción del material óptico de la lente y de la distancia al centro de rotación del ojo humano, permitiendo además acceder sus datos numéricos y desplegarlos a través de una interfaz gráfica y generando archivos de datos para su análisis en hojas de cálculo. Otra característica del programa desarrollado es que permite el cálculo directo de la potencia frontal de una lente oftálmica para una potencia vértice determinada en función del tipo de lente requerida: Wollaston u Ostwald.

2. INTRODUCCIÓN.

Las lentes oftálmicas de visión sencilla generalmente están formadas por dos superficies esféricas. A lo largo del tiempo han existido criterios diferentes para seleccionar la combinación adecuada de radios de curvatura de estas dos superficies, dando con ello distintos tipos de lentes oftálmicas. No obstante, el criterio utilizado en la actualidad se basa en obtener diseños de lentes corregidas¹ en potencia o astigmatismo.

Las lentes corregidas en potencia, también llamadas lentes con cero error de potencia, son aquellas en las que independientemente del ángulo θ de observación, el usuario siempre observa la misma potencia a través de la lente. Así, para una lente corregida en potencia bien diseñada, el plano focal es en realidad una superficie focal esférica con centro de curvatura en el centro de rotación del globo ocular². Si la lente está mal corregida la superficie focal será diferente a una superficie esférica. La figura 1 muestra este esquema.

Por otro lado, las lentes oftálmicas corregidas en astigmatismo, también llamadas lentes con cero error de astigmatismo, son diseñadas para que independientemente del ángulo de observación θ , el usuario siempre observe el mismo astigmatismo a través de la lente.

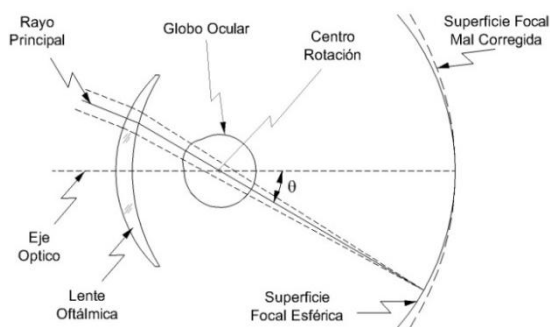


Figura 1. Representación esquemática de una lente oftálmica corregida en potencia.

En la etapa concerniente al diseño de las lentes oftálmicas, en la actualidad la mayoría de los talleres ópticos en México utilizan un sencillo método gráfico de diseño que se basa en el uso de las elipses de Tscherning.

Las elipses de Tscherning^{1,3,4} consisten en una gráfica preestablecida de los valores de potencia vértice P_v contra potencia de la superficie frontal P_f cuyas combinaciones generan lentes oftálmicas corregidas en potencia o en astigmatismo. Estas combinaciones forman un trazo de apariencia elíptica dividido en dos secciones: las combinaciones contenidas en la sección superior de la elipse corresponden a lentes Wollaston^{3,4} y las combinaciones contenidas en la sección inferior de la elipse corresponden a lentes Ostwald^{3,4}. Para obtener el diseño de una lente determinada se parte de la potencia vértice requerida y se traza una línea vertical sobre la gráfica hasta intersectar el trazo correspondiente al tipo de lente que se quiere diseñar (Wollaston u Ostwald), y luego se traza una línea horizontal en el punto de intersección para leer sobre el eje vertical la potencia de la superficie frontal que deberá tener la lente oftálmica.

3. SOFTWARE DESARROLLADO.

El desarrollo de este software forma parte del proyecto de investigación titulado: “Metodología para el diseño de lentes oftálmicas corregidas en potencia”, registrado ante la Dirección General de Educación Superior Tecnológica (DGEST) con clave CHI-MCIET-2011-105, el cual se encuentra actualmente en desarrollo por parte del Cuerpo Académico de Optoelectrónica y Aplicaciones Laser del Instituto Tecnológico de Chihuahua.

En este trabajo se presenta la implementación de un programa de cómputo desarrollado en el ambiente de programación LabVIEW™ versión 2011⁵ que resuelve numéricamente la expresión matemática de las elipses de Tscherning a partir de solo dos parámetros de entrada que son: el índice de refracción n del material de la lente y la distancia d del vértice de la lente al centro de rotación del ojo.

Si bien ya existe algún software comercial⁶ que calcula y grafica las elipses de Tscherning, este no permite el acceso directo a la totalidad de los datos numéricos generados, lo cual resulta algo impráctico cuando se requiere hacer un análisis comparativo del comportamiento de las elipses de Tscherning para la variación de alguno de sus parámetros, motivo por el cual se decidió desarrollar un software propio.

Además de cubrir la necesidad propia del proyecto de tener acceso a los datos numéricos generados, se decidió aprovechar el software para incluir una herramienta de diseño de lentes oftálmicas

corregidas que pudiera ser de utilidad a pequeños talleres de fabricación óptica donde se manufactura una gran parte de las lentes oftálmicas en México.

Se eligió LabVIEW™ como el lenguaje de desarrollo para este software por tratarse de un ambiente de programación gráfica, flexible y novedoso que permite, entre otras cosas; un desarrollo de interfaces de usuario intuitivos y amigables, una versátil graficación de los datos generados, una sencilla generación de archivos y sobre todo porque permite la generación de programas ejecutables que no requieren de una costosa licencia para su distribución, lo cual resulta muy práctico cuando se pretende distribuir software a bajo costo.

3.1. Interfaz de usuario.

La figura 2 muestra el interfaz de usuario del programa desarrollado.

El programa genera por default 272 valores o puntos de graficación de los cuales 136 corresponden a lentes tipo Wollaston y 136 a lentes tipo Ostwald, los cuales son mostrados en la gráfica XY mostrada al centro del interfaz de usuario, identificando perfectamente ambos tipos de lentes. También por default, los cálculos se realizan para un rango de potencia vértice de -25 D a 9 D con incrementos fijos de 0.25 D. Se eligió este incremento por ser el valor de la tolerancia establecida para la prescripción y fabricación de las lentes oftálmicas.

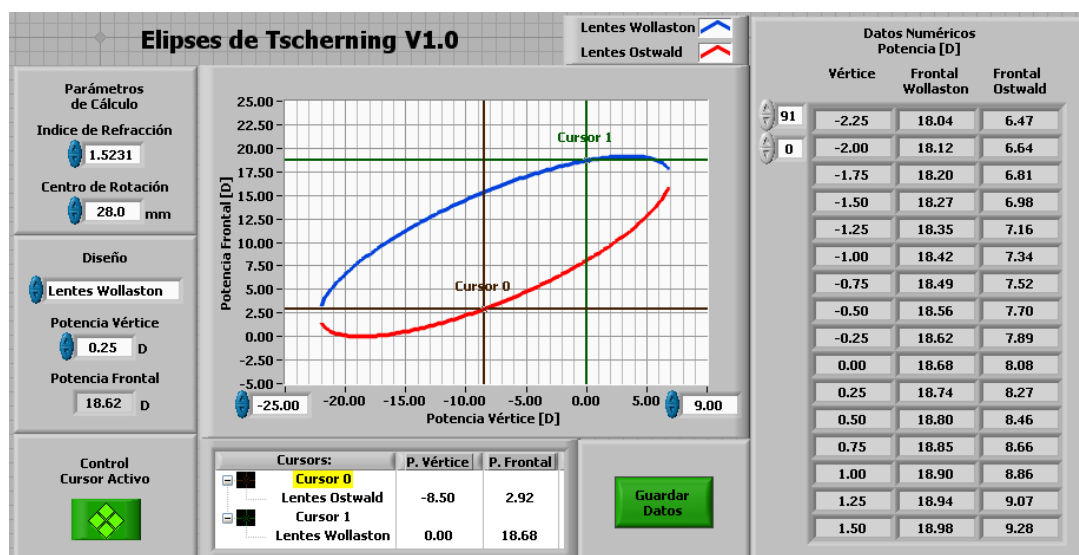


Figura 2. Interfaz de usuario del programa desarrollado.

El usuario puede navegar manualmente sobre la gráfica utilizando dos cursores llamados “Cursor 0” y “Cursor 1”: el cursor 0 se mueve sobre el trazo de las lentes Ostwald, mientras que el cursor 1 se mueve sobre el trazo de las lentes Wollaston. Conforme los cursores se desplazan sobre la elipse, el usuario puede observar en la parte bajo la gráfica los valores correspondientes de potencia vértice y potencia frontal.

Una de las características importantes de este programa es que permite el acceso a los valores numéricos generados, los cuales pueden ser observados en un indicador de arreglo llamado “Datos Numéricos” que muestra simultáneamente 16 valores de potencia vértice con sus correspondientes valores de potencia frontal para ambos tipos de lentes, lo cual corresponde a 32 puntos de la gráfica. El usuario puede ajustar mediante los controles de índice el rango para visualizar la totalidad de los datos generados.

Otra característica aún más útil que la anterior es que el usuario al presionar un botón llamado “Guardar Datos” puede almacenar los datos numéricos en un archivo de texto compatible con hojas electrónicas de cálculo.

Adicionalmente el programa cuenta con la capacidad de calcular el valor de potencia frontal exacto para cualquier valor de potencia vértice que

el usuario introduzca en la sección denominada “Diseño”, lo cual resulta muy útil para el proceso de diseño de lentes oftálmicas.

3.2. Código fuente.

Como se mencionó anteriormente, el código fuente de este programa fue desarrollado utilizando el lenguaje de programación gráfica LabVIEW™ versión 2011, el cual se basa en el paradigma de programación por flujo de datos. Esto permitió compactar el código tal como se muestra en la figura 3.

A grandes rasgos la estructura del el programa está formada por un ciclo While donde mediante un nodo de fórmula se evalúa numéricamente la expresión para el cálculo de las elipses de Tscherning³

$$P_f^2(n+2) - P_f \left[2 \frac{n^2 - 1}{d} + P_v(n+2) \right] + n \left[P_v + \frac{n-1}{d} \right]^2 = 0 \quad (1)$$

Donde P_f es la potencia de superficie frontal, P_v es la potencia vértice, n es el índice de refracción y d es la distancia del vértice de lente al centro de rotación del ojo.

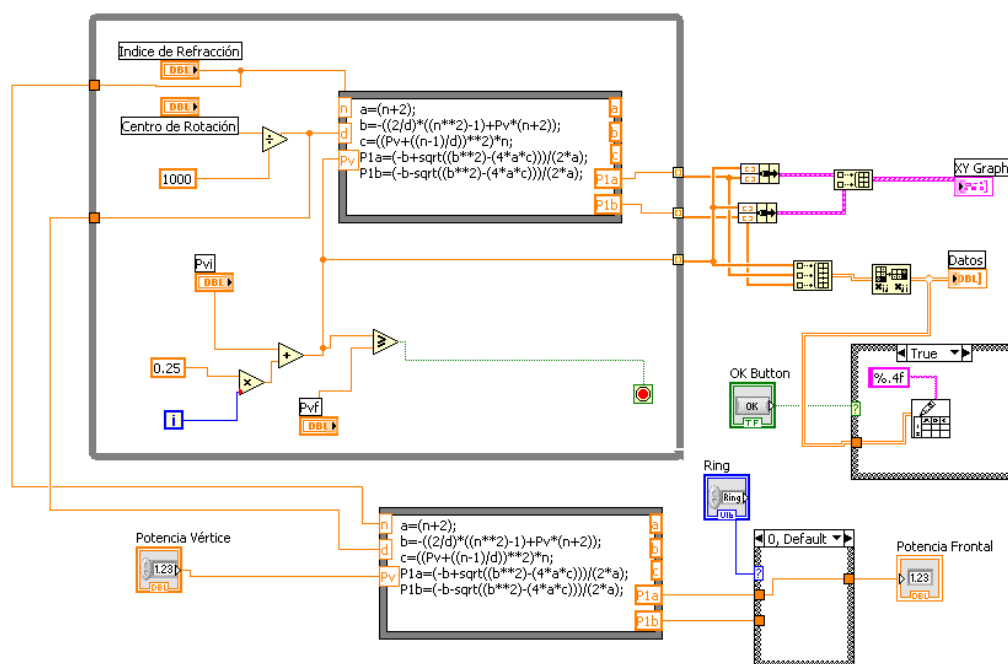


Figura 3. Código fuente del programa desarrollado.

$$P_{Wollaston} = \frac{-\left(\frac{2(n^2-1)}{d} + P_v(n+2)\right) + \sqrt{\left(\frac{2(n^2-1)}{d} + P_v(n+2)\right)^2 - 4n(n+2)\left(P_v + \frac{n-1}{d}\right)^2}}{2(n+2)} \quad (2)$$

$$P_{Ostwald} = \frac{-\left(\frac{2(n^2-1)}{d} + P_v(n+2)\right) - \sqrt{\left(\frac{2(n^2-1)}{d} + P_v(n+2)\right)^2 - 4n(n+2)\left(P_v + \frac{n-1}{d}\right)^2}}{2(n+2)} \quad (3)$$

Resulta evidente que la ecuación (1) tiene dos posibles soluciones mostradas en las ecuaciones (2) y (3), la primera corresponde a las lentes tipo Wollaston y la segunda a las lentes tipo Ostwald.

Por default se calculan 136 valores para cada tipo de lente pero esto puede ser modificado por el usuario al proporcionar diferentes valores de potencia vértice inicial P_{vi} y potencia vértice final P_{vf} .

Los resultados del cálculo de potencia frontal (Wollaston y Ostwald) son enviados en forma de un arreglo de *clusters* junto con los valores de potencia vértice correspondiente a una gráfica XY que los despliega en el interfaz de usuario.

Con estos mismos datos se construye un arreglo 2D para desplegar los valores numéricos en el indicador correspondiente del interfaz.

Este mismo arreglo 2D se utiliza para guardar los datos en un archivo compatible con hoja electrónica de cálculo mediante una estructura *case* controlada por un botón booleano.

Un nodo de fórmula adicional permite el cálculo directo de un valor de potencia frontal a partir de la selección del tipo de lente en una estructura *case*.

Para una adecuada interpretación de este paradigma de programación, revisar la documentación contenida en el manual de usuario⁵ correspondiente.

4. RESULTADOS OBTENIDOS.

Como se mencionó anteriormente, el objetivo principal de este programa de cómputo es tener acceso a los datos numéricos de las elipses de Tscherning con el fin de poder realizar diversos análisis comparativos que sirvan al proyecto de investigación.

Utilizando el programa desarrollado se realizaron diversas corridas variando alguno de los parámetros en el cálculo de las elipses con el fin de obtener datos que al ser comparados nos pudieran arrojar algún tipo de información sobre el comportamiento de las elipses de Tscherning.

Auxiliados de un programa de graficación también desarrollado en LabVIEW™ se realizaron diversas comparaciones de los resultados almacenados en los archivos generados.

La figura 4 muestra una gráfica con los resultados obtenidos al variar el material de la lente. La gráfica corresponde a las elipses para tres de los materiales más utilizados en la fabricación de lentes oftálmicas: plástico CR-39 ($n=1.498$), vidrio oftálmico ($n=1.523$) y policarbonato ($n=1.586$).

Todos estos cálculos fueron realizados considerando una distancia estándar al centro de rotación del ojo $d=28\text{ mm}$.

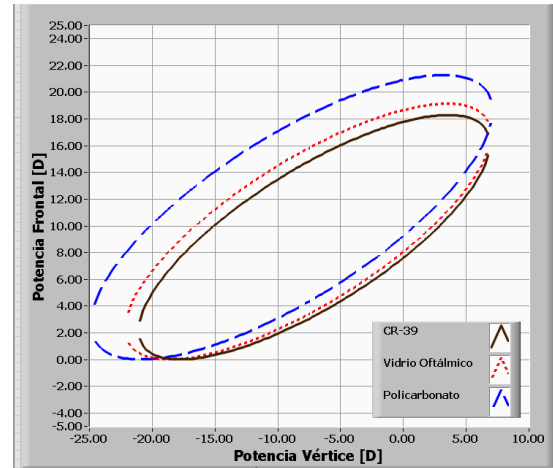


Figura 4. Análisis comparativo entre diferentes tipos de material.

La figura 5 muestra una gráfica con los resultados obtenidos al realizar variaciones de la distancia al centro de rotación del ojo d , seleccionando para esta comparación tres valores diferentes, partiendo de la distancia estándar de $28\text{ mm} \pm 2\text{ mm}$, es decir se realizaron cálculos para 26 mm , 28 mm y 30 mm .

Todos estos cálculos fueron realizados considerando vidrio oftálmico cuyo índice de refracción es $n=1.523$.

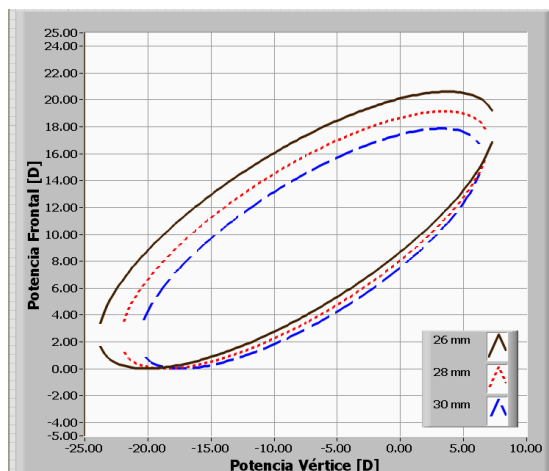


Figura 5. Análisis comparativo entre diferentes distancias al centro de rotación.

Estos son algunos ejemplos de los análisis que se pueden efectuar con los datos generados por el programa desarrollado.

Se está considerando incluir en la próxima versión del software el programa de graficación múltiple para tener una herramienta de análisis más completa.

5. CONCLUSIONES.

Se desarrolló un software con un interfaz sencillo y amigable que además de mostrar la gráfica correspondiente a las elipses de Tscherning proporciona los valores numéricos obtenidos, y los guarda en archivos de texto compatibles con hojas electrónicas de cálculo, lo cual ha sido de gran utilidad como herramienta de análisis para el desarrollo del proyecto de investigación “Metodología para el diseño de lentes oftálmicas corregidas en potencia” que actualmente se

desarrolla en el Instituto Tecnológico de Chihuahua.

Adicionalmente, el software funciona también como una herramienta cuantitativa de diseño para lentes oftálmicas corregidas, al utilizar los mismos datos generados para obtener los valores exactos de la potencia frontal necesaria para un valor determinado de potencia vértice, evitando el uso del procedimiento gráfico donde sólo se determinan valores aproximados por lo cual este programa podría resultar de gran utilidad para pequeños talleres de fabricación óptica donde se manufactura una gran parte de las lentes oftálmicas en México.

6. REFERENCIAS.

- [1] D. A. Atchinson, “*Spectacle lens design: a review*”, Applied Optics, Vol. 32, pp. 3579-3585 (1992)
- [2] G. Trujillo, “*Medición de la potencia de corrección refractiva en lentes oftálmicas*”, tesis doctoral, Centro de Investigaciones en Óptica / Universidad de Guanajuato, Cap 1, págs. 4-16 (2002)
- [3] J. Schwiegerling, “*Field guide to visual and ophthalmic optics*”, The International Society for Optical Engineering, Chap. 2, pp. 26-38 (2004)
- [4] D. Malacara, Z. Malacara, “*Handbook of optical design*”, Marcel Dekker, Chap. 13, pp. 315-332 (2004)
- [5] “*LabVIEW 2011 User Manual*”, National Instruments (2011)
- [6] “*Spectacle Optics v1.2*”, Zeiss (2008), disponible en:
http://www.opticampus.com/tools/spectacle_optics.php#tscherning