

## CONTROLADOR LINEAL PARA DIRECCIÓN ASISTIDA AUTOMOTRIZ.

Sergio Sandoval Pérez, Alfredo Esteban Miranda, Javier Gutiérrez Torres

Instituto Tecnológico de Cd Guzmán

División de Estudios de Posgrado e investigación

Avenida Tecnológico #100 CP. 49100

Teléfono: 01 341 575 20 50

[ssandoval@itcg.edu.mx](mailto:ssandoval@itcg.edu.mx), [alfredo.estmiranda@gmail.com](mailto:alfredo.estmiranda@gmail.com), [javier.gtez@gmail.com](mailto:javier.gtez@gmail.com)

### RESUMEN.

Un problema clásico en la teoría de control es el diseño de una ley de retroalimentación, teniendo el propósito de que la salida de cualquier sistema siga asintóticamente una señal de referencia. En este trabajo, se pretende que la velocidad lateral siga a una maniobra del conductor que es una delta pero en sentido contrario. Se propone que el vehículo se encuentra realizando pruebas de manejo conocidas por normas internacionales DTA 3888-1 e ISO 7401, por ende el problema de la teoría de regulación lineal vía retroalimentación de estados es la solución idónea a nuestro problema ya que se supone la medición de la velocidad angular de viraje. Los actuadores que integraremos en este artículo serán los frenos y el sistema frontal activo (AFS, por sus siglas en inglés). En esta investigación se realiza la formalización matemática de esta teoría y se observa por medio de la simulación de Matlab-Simulink-CarSim a la velocidad lateral y velocidad angular de viraje aplicadas a un controlador de estabilidad en el automóvil.

**Palabras claves:** Retroalimentación de Estado, velocidad lateral, velocidad angular de viraje.

### ABSTRACT.

A classic problem of the control theory, is the design of a feedback law, it has the purpose of the output of any system follows asymptotically to a reference signal. In this paper we propose that the lateral velocity follows on to a driver's maneuver called "delta" but in a different direction. It's proposed that the vehicle makes driving test known for international standards as the DTA 3888-1 and ISO 7401, thus, to solve this problem we're going to use the feedback- state lineal theory, because it's supposed to measure the yaw of velocity. The actuators that we integrated in this paper, will be the brakes ( $M_z$ ) and the Front Active System (AFS).

In this investigation we made the mathematical model for this theory, showed by the lateral and yaw velocities through simulations in Matlab-Simulink-CarSim, applied to a stability controller for the automobile.

**Keywords:** Feedback state, lateral velocity, yaw velocity.

### 1. INTRODUCCION

En los últimos años, el desarrollo de una filosofía integral ha cambiado en como los ingenieros realizan investigación en el área de diseño de nuevos dispositivos para el control del automóvil. Hoy en día se cuenta con una gran potencia

computacional que nos permite trabajar con unidades de control en los vehículos, esto es debido al mejoramiento de dispositivos electrónicos y el avance en la tecnología, que permite desarrollar nuevos sistemas de control que evitan cualquier restricción desde el punto de vista tecnológico.

Considerando algunas variables físicas del automóvil, el diseño de un sistema de control para la velocidad lateral es uno de los principales tópicos de investigación en el área de control de automóviles. Estos dispositivos modifican las dinámicas de los vehículos imponiendo fuerzas o momentos en el cuerpo del automóvil de diferentes maneras, [1], [2], [3], [4], [5] y puede también utilizar "sensores inteligentes" que permiten mediciones precisas de las variables que se desean medir haciendo una alta eficiencia en la acción que el controlador este realizando, contribuyendo a la estabilidad del vehículo, la seguridad y confort para el conductor. El movimiento de un vehículo puede ser categorizado en términos de su funcionalidad, así como de su maniobrabilidad y estabilidad. El funcionamiento está enfocado sobre el peso y los movimientos longitudinales del chasis. La estabilidad y las características de manejo generalmente se refieren a la respuesta lateral/maniobrabilidad de las acciones de conducción del automóvil que se requieran. Una gran variedad de modelos de baja, media y alto orden están disponibles para describir el movimiento traslacional y rotacional del automóvil. Un modelo del vehículo de bajo orden de un grado de libertad (DOF por sus siglas en inglés) donde el automóvil se considera una masa puntual y con ello es suficiente para generar una plataforma de velocidad. Un modelo de dos grados de libertad es considerado de medio orden por su análisis tomando en cuenta que las llantas frontales y traseras del vehículo son consideradas como una sola llanta delantera y una trasera (modelo de la bicicleta); en este modelo en la llanta delantera se puede introducir la dinámica del conductor y del volante. Además, los efectos del ángulo roll y de transferencia de masa son despreciados y este modelo permite estudiar la respuesta lateral/dirección del vehículo para pequeños ángulos de maniobrabilidad en velocidades longitudinales constantes. En este artículo se presentará el modelo matemático de alto orden de tres grados de libertad con transferencia de masa del vehículo y velocidad longitudinal variable. Todos estos parámetros deben de ser medidos para la realización completa a futuro de algunos diseños. Esta medición de parámetros físicos se puede realizar mediante la utilización de un software como el Matlab-

Simulink, conocido por diseñadores, investigadores y estudiantes de diferentes ramos de la ingeniería, obteniendo con esto grandes aplicaciones a niveles de investigación tanto en educación como en la industria. Además se puede implementar en Matlab-Simulink algoritmos de control del automóvil y enviarlos para simularlos en CarSim, el cual representa al vehículo y observar si son correctos ahorrándonos tiempo. Enseguida en este artículo en la parte dos se muestra el modelo matemático del automóvil a utilizar con sus dinámicas de velocidad lateral y velocidad angular de viraje o yaw, en la sección tres se realiza el diseño del control activo para la dirección asistida, en la parte cuatro se muestra las simulaciones del comportamiento del modelo matemático del automóvil en Matlab-Simulink-CarSim, en la sección cinco las conclusiones, en la parte seis los agradecimientos y por último en la sección siete las referencias para este artículo.

## 2. MODELO MATEMÁTICO DEL VEHÍCULO

El modelo matemático del vehículo puede ser en general un cuerpo rígido moviéndose en un espacio libre, de tres grados de libertad, conectado con la superficie terrestre a través de las llantas, el cual otorga un modelo de comportamiento no lineal.

Los actuadores para esta aplicación son

- Conducción frontal activo (AFS, Active Front Steer) o conducción por cable (SbW, Steer by Wire).
- Frenos activos.

Esta complejidad de los sistemas lineales puede ser disminuida realizando las siguientes consideraciones:

- Para estudiar la estabilidad y/o la maniobrabilidad se estudiarán solo las dinámicas de la velocidad lateral,  $v_y$ , y el ángulo de viraje (yaw),  $\omega_z$ .
- El actuador de frenos activos,  $M_z$ , servirá para crear una diferencia de fuerzas en el frenado el cual genera un momento de giro alrededor del eje z afectando también las dinámicas de la velocidad lateral,  $v_y$ .
- La dinámica del ángulo “pitch” no es considerada.
- El sistema es un cuerpo rígido.

Por lo tanto, tomando en cuenta la Figura 1, y las dinámicas no lineales del vehículo que se generan en el llamado modelo de la bicicleta [6], [7]

$$m(\dot{v}_x - v_y \omega_z) = m a_x + F_{dx} \quad (1)$$

$$m(\dot{v}_y + v_x \omega_z) = \mu [F_{f,y}(\delta_c + \delta_d, x, \alpha_f) + F_{f,r}(x, \alpha_r)] + F_{dy} \quad (2)$$

$$J \dot{\omega}_z = \mu [l_f F_{f,y}(\delta_c + \delta_d, x, \alpha_f) - l_r F_{f,r}(x, \alpha_r)] + M_z + M_{dz} \quad (3)$$

donde

$m$	Masa del vehículo [m].
$J$	Momento de inercia del vehículo [ $\text{kg m}^2$ ].
$l_f, l_r$	Longitud desde el centro del vehículo hacia el la llanta frontal y trasera [m].
$v_x$	Velocidad longitudinal del vehículo [m/s].
$v_y$	Velocidad lateral del vehículo [m/s].
$\omega_z$	Velocidad yaw del vehículo [rad/s].
$x = [v_y, \omega_z]$	Vector compacto del estado del vehículo.
$\alpha_{i,j}$	Ángulos de deslizamiento lateral de las llantas.
$\delta_c$	Componente del ángulo de la llanta impuesto por el controlador [rad].
$\delta_d$	Componente del ángulo de la llanta impuesto por el conductor [rad].
$M_z$	Momento de viraje resultado de los frenos activos [N m].
$\mu$	Coefficiente de fricción entre el suelo y el neumático.
$F_{dx}, F_{dy}$	Fuerza aerodinámica longitudinal y lateral [N].
$M_{dz}$	Momento aerodinámico de viraje [N m]

y donde las fuerzas laterales  $F_{f,y}, F_{f,r}$  son funciones del angulo impuesto a las llantas frontales,  $\delta = \delta_d + \delta_c$ , a los ángulos de deslizamiento lateral de las llantas definida de la siguiente manera

$$\alpha_f = \delta_c + \alpha_{f,o} = \delta_c + \delta_d - \frac{v_y + l_f \omega_z}{v_x} \quad (4)$$

$$\alpha_r = -\frac{v_y - l_r \omega_z}{v_x} \quad (5)$$

### A. Estructura del Control.

Reescribiendo las ecuaciones (2) y (3) de la planta en forma de espacio de estado para el problema de control

$$\dot{v}_y = -v_x \omega_z + \frac{\mu}{m} (F_{f,y}(x, \delta, \alpha_f) + F_{f,r}(x, \alpha_r)) + \frac{F_{dy}}{m} \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_z = \left(\frac{\mu}{J}\right) (l_f F_{f,y}(x, \delta, \alpha_f) - l_r F_{f,r}(x, \alpha_r)) + \left(\frac{\mu}{J}\right) M_z + \frac{M_{dz}}{J} \quad (7)$$

La aceleración lateral  $a_y$  puede ser expresada usando la segunda ley de Newton en términos de las fuerzas del neumático lateral.

$$a_y = \frac{\mu}{m} (F_{f,y}(x, \delta, \alpha_f) + F_{f,r}(x, \alpha_r)) \quad (8)$$

La fuerza lateral puede ser definida utilizando la conocida fórmula Mágica de Pacejka [7]

$$F_{y,j} = D_{y,j} \sin(C_{y,j} \arctan B_{y,j} \alpha_j). \quad (9)$$

Con  $j = f, r$ . Las constantes  $B_{y,j}$ ,  $C_{y,j}$ ,  $D_{y,j}$  en (2) y (3) son determinadas de manera experimental.

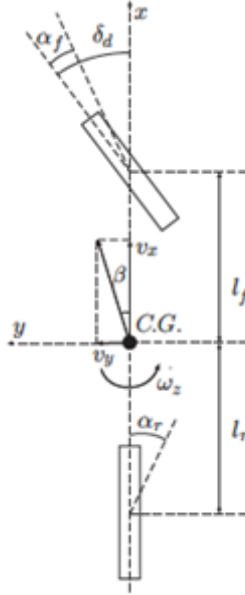


Figura. 1. Modelo no lineal del vehículo (modelo de la bicicleta).

En este artículo se considerará a la aceleración longitudinal  $a_x$  casi cero. Además, las entradas de control serán consideradas como el Momento yaw resultado de los frenos activos  $M_z$ , y la diferencia

$$\Delta F_{y,f} = F_{y,f} - F_{y,fo} \quad (10)$$

Con  $F_{y,fo} = F_{y,f}(\alpha_{f,o})$

De manera clara, la entrada de control será el ángulo  $\delta_c$ , la cual puede ser determinada por el inverso de (9) obteniendo la siguiente expresión matemática

$$\delta_c = -\delta_d + \frac{v_y + l_f \omega_z}{v_x} + F_{y,f}^{-1}(\bar{F}). \quad (11)$$

Donde la función  $\bar{F}$  es un valor impuesto por el AFS.

El objetivo principal del control es que la salida del sistema  $x = [v_y, \omega_z]$  siga asintóticamente un sistema de referencia  $x_{ref} = [v_{y,ref}, \omega_{z,ref}]$ , el cual tiene como principal característica que sus derivadas son acotadas. De manera más

precisa, el generador de referencia es

$$\dot{v}_{y,ref} = -\omega_{z,ref} v_x + \frac{\mu_{ref}}{m} (F_{fy,ref}(\delta_d, x_{ref}, \alpha_{f,ref}) + F_{fy,ref}(x_{ref}, \alpha_{r,ref})) \quad (12)$$

$$\dot{\omega}_{z,ref} = \left( \frac{\mu_{ref}}{J_{ref}} \right) (l_f F_{fy,ref} - l_r F_{ry,ref}) \quad (13)$$

$J_{ref}$ ,  $\mu_{ref}$  son parámetros apropiados y  $F_{fy,ref}$ ,  $F_{ry,ref}$  que son curvas ideales dependiendo de

$$\alpha_{f,ref} = \delta_d - \frac{v_{y,ref} + l_f \omega_{z,ref}}{v_x} \quad (14)$$

$$\alpha_{r,ref} = -\frac{v_{y,ref} - l_r \omega_{z,ref}}{v_x} \quad (15)$$

### 3. DISEÑO DE UN CONTROL POR LINEALIZACIÓN DE RETROALIMENTACIÓN DE ESTADO.

En esta sección, se diseñará el control por linealización por retroalimentación de estados el cual impondrá el comportamiento para las dinámicas de la velocidad lateral y el comportamiento de viraje; esto se realizará imponiendo la señal de referencia (12), (13) a través de la implementación de las entradas de control  $\delta_c$  y  $M_z$ .

Lo siguiente son los requerimientos para la ley de control

$$\dot{\omega}_z = d_1 = \dot{\omega}_{z,ref} - k_1(\omega_z - \omega_{z,ref}) \quad (16)$$

$$\dot{v}_y = d_2 = \dot{v}_{y,ref} - k_2(v_y - v_{y,ref}) \quad (17)$$

Donde  $k_i > 0, i = 1, 2$ , para que (10) sea satisfecho, la entrada de control impuesta será

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta F_{y,f} \\ M_z \end{pmatrix} = \mathcal{C}^{-1} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} \mu l_f / J & 1/J \\ \mu/m & 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

y

$$r_1 = d_1 - \frac{\mu(l_f F_{yfo} - l_r F_{yro})}{J} + \frac{M_{dz}}{J} \quad (20)$$

$$r_2 = d_2 + v_x \omega_z - \frac{\mu(F_{yro} + F_{yfo})}{m} + \frac{F_{dy}}{m} \quad (21)$$

Una de las observaciones que se deberá tener en cuenta es la inversión de la matriz  $\mathcal{C}$ , donde su primera columna depende del parámetro  $\mu$  el cual será invertible si y sólo si  $\mu \neq 0$  y su inversa será

$$\mathcal{C}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & m/\mu \\ j & -ml_f \end{pmatrix} \quad (22)$$

#### 4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN.

##### A. Maniobra doble volanteo.

En esta sección el comportamiento del modelo matemático del automóvil se simula (Simulink-Matlab-CarSim) bajo una maniobra ISO 3888-1, también conocida como “double change”, con un ángulo  $\delta_d$ , enseguida se observa la delta del controlador  $\delta_c$  y por ultima la delta del conductor sumándose la delta del controlador todo esto se muestra en la Figura 2.

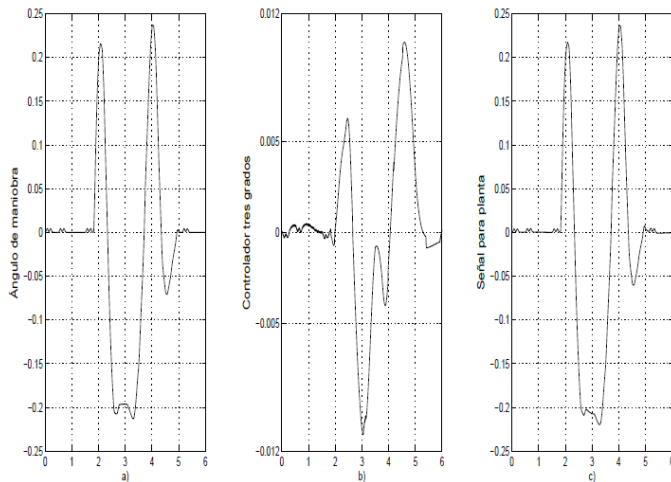


Figura 2. a) Señal  $\delta_d$  delta del conductor [Rad/seg]; b) Señal  $\delta_c$  delta del controlador [Rad/seg]; c) Señal  $\delta_d + \delta_c$  aplicada a las ruedas del automóvil [Rad/seg].

Para la Figura 3, se muestra la velocidad lateral del sistema de referencia ( $v_{y,ref}$ ) y la salida de la velocidad lateral del sistema real ( $v_y$ ). En la gráfica se puede observar que la salida real sigue a la perfección la señal de referencia y se confirma que el controlador funciona bajo estas condiciones.

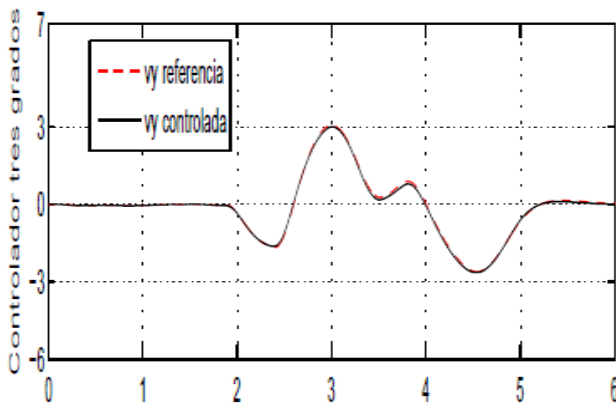


Figura 3. Velocidad lateral  $v_y$  (sólida) y  $v_{y,ref}$  (interlínea) [m/s vs s].

Para la Figura 4, se muestra la velocidad angular de viraje del sistema de referencia ( $\omega_{z,ref}$ ) y la salida de la velocidad angular de viraje del sistema real ( $\omega_z$ ).

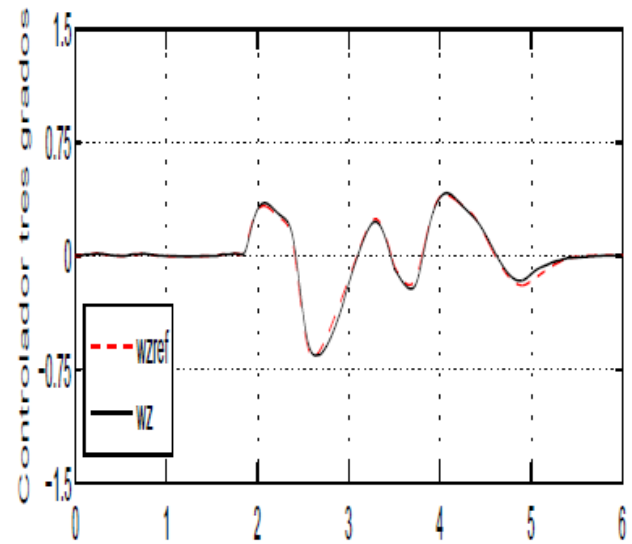


Figura 4. Velocidad angular de viraje  $\omega_z$  (sólida) y  $\omega_{z,ref}$  (interlínea) [Rad/seg].

##### B. Maniobra en una dirección.

En esta sección el comportamiento del modelo matemático del automóvil se simula bajo una maniobra en una dirección DTA 7401, solo un cambio de dirección de manera repentina, con un ángulo  $\delta_d$ , enseguida se observa la delta del controlador  $\delta_c$  y por último la delta del conductor sumándose la delta del controlador todo esto se muestra en la Figura 5.

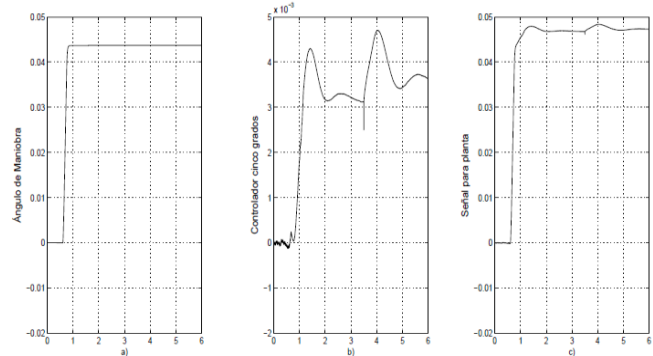


Figura 5. a) Señal  $\delta_d$  delta del conductor [Rad/seg]; b) Señal  $\delta_c$  delta del controlador [Rad/seg]; c) Señal  $\delta_d + \delta_c$  aplicada a las ruedas del automóvil [Rad/seg].

Para la Figura 6, se muestra la velocidad lateral del sistema de referencia ( $v_{y,ref}$ ) y la salida de la velocidad lateral del sistema real ( $v_y$ ).

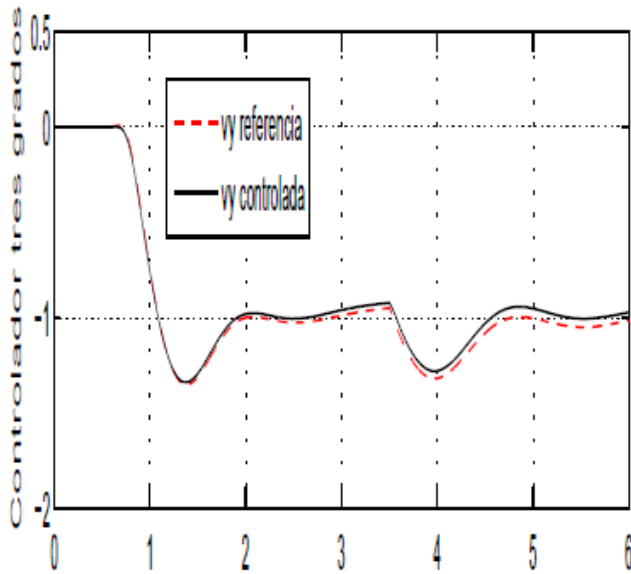


Figura 6. Velocidad lateral  $v_y$  (sólida) y  $v_{y,ref}$  (interlínea) [m/s vs s].

Para la Figura 7, se muestra la velocidad angular de viraje del sistema de referencia ( $\omega_{z,ref}$ ) y la salida de la velocidad angular de viraje del sistema real ( $\omega_z$ ).

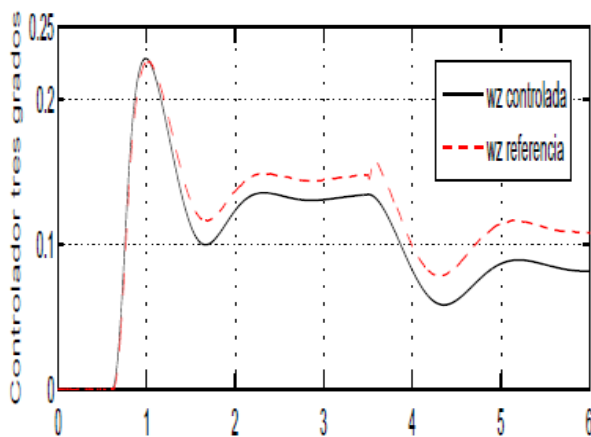


Figura 7. Velocidad angular de viraje  $\omega_z$  (sólida) y  $\omega_{z,ref}$  (interlínea) [Rad/seg].

En la Tabla 1 se muestran los parámetros con los cuales se realizan las simulaciones.

Tabla 1. Parámetros reales usados en la simulación del vehículo

$m = 1550 \text{ Kg}$	$D_{r,y} = 7834$
$J = 3552 \text{ Kg m}^2$	$B_{f,y} = 6.9$
$l_r = 1.53 \text{ m}$	$C_{f,y} = 1.78$
$l_f = 1.38 \text{ m}$	$D_{f,y} = 7240$
$B_{r,y} = 10$	$\mu = 0.9$
$C_{r,y} = 1.32$	

## 5. CONCLUSIONES

Este trabajo se realiza con la finalidad de proponer un controlador para el automóvil con velocidad lateral, partiendo del modelo matemático de la bicicleta, estableciendo las consideraciones antes mencionadas. El objetivo del controlador será buscar el control para todo tipo de manejo por parte del conductor imponiendo un ángulo en las llantas con el afán de no caer en subviraje o en sobreviraje ya que son los errores más comunes a la hora de conducir un vehículo. El diseñar el algoritmo para establecer ganancias  $k_1, k_2$ , las cuales se proponen para la ley de control por retroalimentación de estados, también se puede cambiar para ampliar o disminuir la delta del controlador ( $\delta_c$ ), además de poder cambiar estos parámetros para establecer valores diferentes tanto para la velocidad lateral y velocidad angular de viraje aplicadas a las ruedas del automóvil, con estas simulaciones de diferentes señales de entrada del conductor, se puede mencionar que el controlador propuesto trabaja en forma eficiente, para realizar trabajos de control sobre el automóvil.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Dr. C. Acosta Lúa del Centro universitario de la Ciénega Modulo Ocotlán, Jalisco, por todos los conceptos obtenidos en la utilización del Software CarSim.

## 7. REFERENCIAS

- [1] D. Bianchi, A. Borri, G. Burgio and S. Di Gennaro, Adaptive Integrated Vehicle Control Using Active Front Steering and Rear Torque Vectoring, International Journal of Vehicle Autonomous Systems, Special Issue on: "Autonomous and Semi-Autonomous Control for Safe Driving of Ground Vehicles, Vol. 8, No. 2/3/4, pp. 85–105, 2010.
- [2] C. Earl Beal and J. Christian Gerdes, Model Predictive Control for Vehicle Stabilization at the Limits of Handling, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 21, No. 4, pp. 1258–1269, 2013.
- [3] J.Tjonnas and T.A. Johansen, Stabilization of Automotive Vehicles Using Active Steering and Adaptive Brake Control Allocation, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 18, No. 3, pp. 545–558, 2010.
- [4] D. Rubin and S. Arogeti, Vehicle Yaw Stability Control Using Rear Active Differential via Sliding Mode Control Methods, 2013 21<sup>st</sup> Mediterranean Conference on Control & Automation (MED), Patanias-Chania, Crete, Greece, pp. 317–322, 2013.
- [5] H. Ren, S. Chen, G. Liu and K. Zheng, Vehicle State Information Estimation with the Unscented Kalman Filter, Advances in Mechanical Engineering, Vol. 2014, pp.11–20, 2014.
- [6] R. Rajamani, Vehicle Dynamics and Control, Springer, New York, 2006.
- [7] H. B. Pacejka, Tyre and Vehicle Dynamics, Elsevier Butterworth, 2005.