Congr. Int. en Ing. Electrónica. Mem. ELECTRO, Vol. 39, pp. 129-134, Oct 2017, Chihuahua, Chih. México
http://electro.itchihuahua.edu.mx/memorias_electro/MemoriaElectro2017.zip
ISSN 1405-2172

PROTOTIPO CELDA DE PRUEBA RESISTIVA PHANTHOM PARA PRUEBAS DE TOMOGRAFÍA EN IMPEDANCIA ELÉCTRICA.

Fernando Ireta M., L. Alejandra Ireta Muñoz, Adrián González P. Jesús Martínez P.
Eduardo Morales S., Donato Hernández F., Mireya Arroyo H., Rogelio Castro S.

Universidad de Guanajuato - Cicata IPN Querétaro
División de Ingenierías campus Irapuato-Salamanca
Carretera Salamanca-Valle de Santiago Km 3.5+1.8, Salamanca, Gto. Mexico
Tel: (464) 6479940 ext: 2351 Fax: ext:2311
fireta@ugto.mx
Área: (Monitoreo y control de procesos)

RESUMEN

La Tomografía de impedancia eléctrica es una técnica que implica contar con una celda Phanton de prueba que simule por ejemplo un tejido biológico, en este proyecto se diseñó una celda Phantom resistiva, que consiste en tener varios electrodos en la periferia a los cuales se le aplica voltaje en sus fronteras para obtener la distribución de voltajes internos. Los cuales se obtienen solucionando el problema directo, en este trabajo se reporta la simulación y construcción dicha celda Phantom empleada para determinar la distribución de dichos voltajes internos así como sus líneas equipotenciales y realizar una verificación de que el programa desarrollado en Matlab sea capaz de dar resultados con un margen de error muy pequeño. Este programa soluciona el Laplaciano para cada punto de la malla dando la distribución de tales voltajes; estos resultados son de suma importancia ya que se emplean para la validación de una técnica no invasiva para estudios de tejidos biológicos y son la base para solución del problema inverso que se presenta en la técnica de Tomografía de Impedancia Eléctrica.

Palabras Clave: Phantom, Tomografía, Impedancia

ABSTRACT

Electrical Impedance Tomography is a technique that involves having a cell Phanton of test that simulates such a biological tissue, in this project we designed a resistive Phantom cell, which consists of having several electrodes in the periphery which is applied voltage on its borders to obtain the internal voltages distribution. Which are obtained by solving the problem directly, in this work is reported in the simulation and construction that cell Phantom used to determine the distribution of these voltages internal as well as equipotential lines and carry out a verification that the program developed in Matlab is capable of giving results with a very small error margin. This program solves the Laplacian for each point of the mesh giving the distribution of such voltages; These results are important since they are used for the validation of a non-invasive technique for studies of biological tissues and are the basis for solution of the inverse problem that is presented in the technique of Tomography of Electrical Impedance.

Keywords: Phantom, Tomography, Impedance

1. INTRODUCCIÓN

En el área de estudio de tejidos biológicos se utiliza una nueva técnica que es la tomografía por impedancia eléctrica (TIE), este método se basa en la obtención de imágenes relacionadas con la distribución de impedancias en el interior de un objeto[1]. Se fundamenta en la realización de estudios de espectroscopia de impedancia a varias frecuencias; la espectroscopia de impedancia es un método de caracterización de las propiedades eléctricas de los materiales[2] y de sus interfaces empleando una celda Panthom[3] mostrada en la figura 1. La impedancia es por definición una cantidad compleja que depende de la frecuencia; se obtiene del cociente de un voltaje alterno aplicado y una corriente medida o viceversa, esta técnica se puede aplicar para realizar estudios de impedancia en tejidos biológicos.

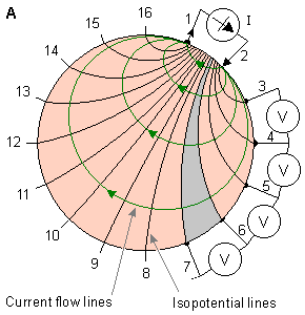

Figura 1. Celda Panthom para estudios de Tomografía de Impedancia Eléctrica

En este método en particular es una técnica para determinar la distribución de la conductividad y permitividad en el interior del objeto bajo estudio, en dicha técnica de tomografía de impedancia eléctrica se presentan básicamente dos problemas a resolver el problema directo e inverso.

Problema directo: determina el potencial eléctrico en la

superficie del objeto a estudiar de acuerdo a la corriente inyectada (Fig.2); considerando una distribución de conductividad conocida en el objeto

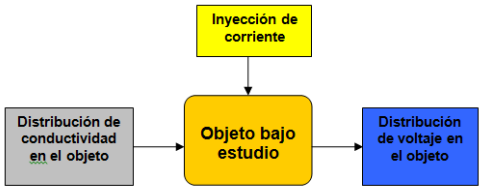

Figura 2. Problema directo Celda Phantom

Problema Inverso: encuentra la distribución de conductividad y permitividad no conocidos dentro del objeto a estudiar por la inyección de corriente(Fig.3) y medición de voltajes en su contorno o frontera .

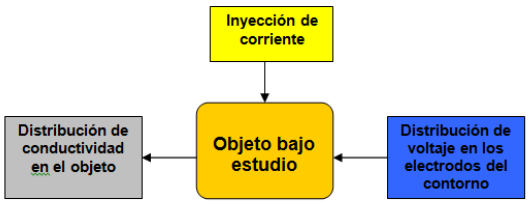

Figura 3. Problema Inverso Celda Phantom

1.1 Solución Problema Directo

En una celda Phantom la solución del problema directo se plantea que cuando aplicamos corriente eléctrica en el objeto a través de electrodos colocados en su contorno o frontera; y tenemos que la distribución de resistividad $\rho(x,y)$ es conocida dentro del objeto; el potencial eléctrico inducido correspondiente a la corriente inyectada $V(x,y)$ se puede determinar únicamente por la ecuación generalizada de Laplace, con las respectivas condiciones de frontera y el potencial eléctrico en la superficie satisface la ecuación de Poisson (1) [4].

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon} \qquad (1)$$

donde ρ es la densidad volumétrica de carga y la permitividad si $\rho = 0$ indica que la densidad volumétrica de carga es cero por tanto la ecuación (1) se transforma a la ecuación (2) [4].

$$\nabla^2 V = 0 \qquad (2)$$

La solución numérica de esta ecuación se puede obtener empleando el método de diferencias finitas, en donde el elemento finito del área del objeto se discretiza en pequeñas áreas mostrado en la figura 4 donde cada elemento tiene un nodo en cada esquina, se asume que la distribución de resistividad es constante entre elementos.

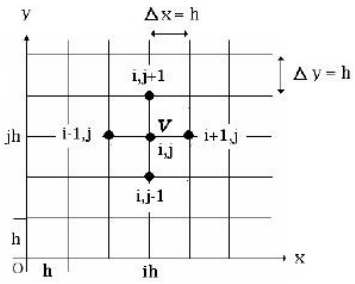

Figura 4. Coordenadas de un nodo de voltaje en la malla de puntos

Tomando como referencia la figura 4 si $\Delta x = hy$ asumiendo que la función $V(x)$ posee derivadas de cualquier orden, se puede expandir.

$$V(x_i - 1) = V(x_i - h)$$
$$V(x_i + 1) = V(x_i + h)$$

Aplicando series de Taylor para $V(x)$ [4] se obtiene las ecuaciones (3) y (4) .

$$V(x_i + h) = V(x_i) + h\frac{dV}{dx}\Big|_{x_i} + \frac{h^2}{2}\frac{d^2V}{dx^2}\Big|_{x_i} + \frac{h^2}{6}\frac{d^3V}{dx^3}\Big|_{x_i} + \sum_{n=4}^{\infty}\frac{h^n}{n!}\frac{d^nV}{dx^n}\Big|_{x_i} \qquad (3)$$

$$V(x_i - h) = V(x_i) - h\frac{dV}{dx}\Big|_{x_i} + \frac{h^2}{2}\frac{d^2V}{dx^2}\Big|_{x_i} - \frac{h^2}{6}\frac{d^3V}{dx^3}\Big|_{x_i} + \sum_{n=4}^{\infty}(-1)^n\frac{h^n}{n!}\frac{d^nV}{dx^n}\Big|_{x_i} \qquad (4)$$

Realizando las reducciones correspondientes a las ecuaciones anteriores, se tiene la ecuación (5) [4]:

$$\nabla^2 V = \frac{V(x+h,y)+V(x-h,y)+V(x,y+h)+V(x,y-h)-4V(x,y)}{h^2} \qquad (5)$$

Ahora si tomamos como referencia la figura 4 tenemos que si hay incrementos de $h = 1$, el voltaje para cualquier nodo[4] está dado por

$$\nabla^2 V_{i,j} \approx V_{i+1,j} + V_{i-1,j} + V_{i,j+1} + V_{i,j-1} - 4V_{i,j} \qquad (6)$$

Esta es la función que implementaremos en el programa Matlab para encontrar los voltajes en cada nodo acorde al número de puntos que consideramos para la malla asociada con el área a simular.

Para la solución de los valores de voltajes al interior de área se requiere definir los valores en la frontera de Dirichlet como se aprecia en la figura 5.

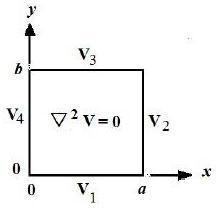

Figura 5. Valores de frontera de Dirichlet

Se realiza el programa en Matlab para la solución de la ecuación de Laplace en la solución de potencial aplicado a una placa con voltaje 100,20,50 y 30 volts en la frontera, con discontinuidades de cero volts en la frontera de 100 volts, la figura 6 indica las líneas equipotenciales y la figura 7 los valores de voltaje en cada punto de la malla.

```
Programa en Matlab
clear; % Solucion  con 50 puntos  N=50
N = 50; m
alla  50X50= 2,500 puntos
z = zeros(N,N); % matriz 50X50 con ceros
z(N, :) = 100;  % temperatura 100
%   ******************************
z(50,14) = 0;  0
z(50,15) = 0;
z(50,16) = 0;
z(50,17) = 0;
z(50,18) = 0;
z(50,19) = 0;  %
%************************
z(1, :) = 20;  % temperatura 20
z(:,N) = 50;  % temperatura 50
z(:,1) = 30;  % temperatura  30
z  % valores de la forntera
for iter = 1: 100
% for iter = 1: 100
for n=2:N-1
for m=2:N-1
suma = 0;
suma = suma + z(n-1,m);
suma = suma + z(n+1,m);
suma = suma + z(n,m-1);
suma = suma + z(n,m+1);
z(n,m) = suma/4;
end;
end;
end;
contour(z)
pause
surface(z)
colorbar;
pause
% valores a las lineas
[c, h] = contour(z); clabel(c, h); colorbar;
pause
```

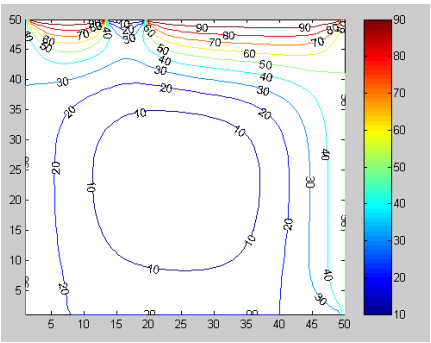

Figura 6. Líneas equipotenciales

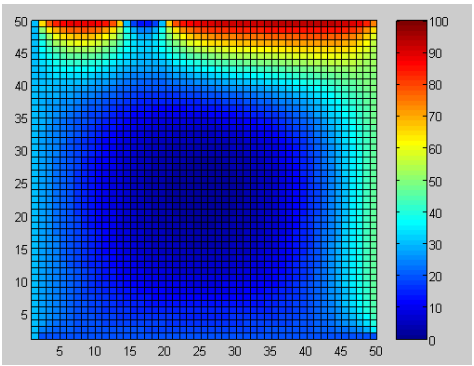

Figura 7. Valores de cada punto de la malla

2. DESARROLLO

Para la verificación de la solución del problema directo se diseñó una celda resistiva de forma cuadrada mostrada en la figura 8 que cuenta con 36 nodos, a la cual se le puede cambiar los componentes del centro por otros valores resistivos a fin de modificar la resistencia interna de la celda; se pretende obtener las líneas equipotenciales dentro de la celda y compararlas con los valores medidos entre nodos para su comparación con los obtenidos de la solución del problema directo.

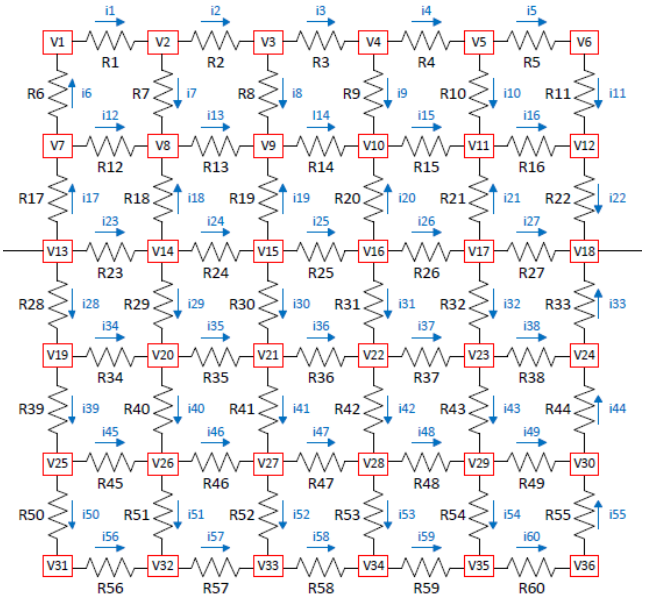

Figura 8. Celda resistiva Phantom con 60 resistencias

En la figura 9 se aprecia la placa terminada del circuito en placa fenólica con la ubicación de la resistencias en el prototipo de la celda Phantom

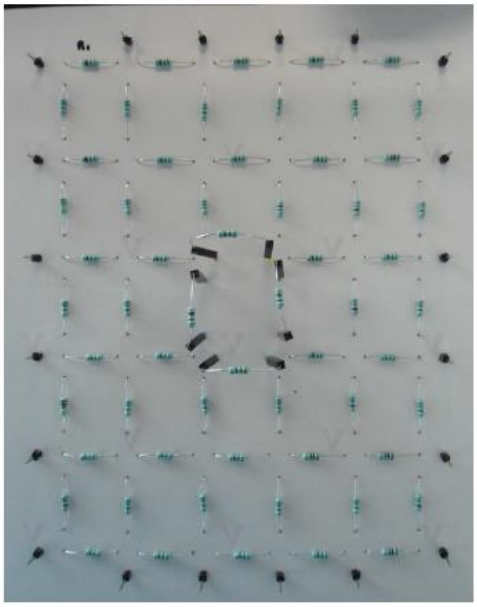

Figura 9. Celda Panthom de 36 nodos 60 resistencias implementada en placa fenólica

2.1 Prueba Celda Phantom resistiva 36 nodos

Para la solución del problema directo se le aplican valores en la frontera como se aprecia en la figura 10 y 11, en dicha figura también se indican los valores considerados en las esquinas.

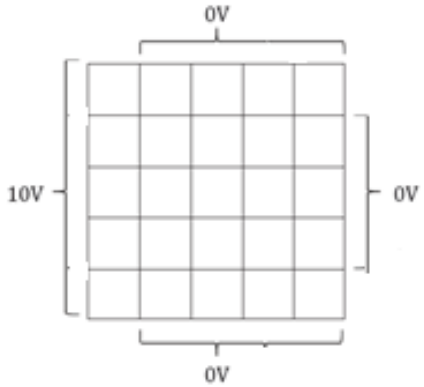

Figura 10. Aplicación de valores de voltaje en la frontera Dirichlet de 10 y 0 volts

Midiendo los valores de voltaje en cada nodo (V) con multímetro obtenemos los valores de la tabla I

3. Resultados

Si resolvemos el problema directo con los valores de frontera indicados en la figura 10 empleando el programa en Matlab obtenemos las curvas equipotenciales mostradas en la figura 12 a la cual se ha superpuesto la imagen de la celda resistiva para evaluar el voltaje nodal o entre nodos por la diferencia entre líneas equipotenciales.

De la figura 12 en la resistencia R_{23} el voltaje en los nodos (V) 13 y 14 seria según la tabla I $V_{R23}= V_{13} - V_{14} = 9.92-5.89=4.03$ V , y de la tabla I (LV) son los valores de las lineas equipotenciales siendo: $V_{R23}= V_{13} - V_{14} =10-6=4$V dando un error de aproximadamente 0.75 %; en la misma tabla I se indica el error acorde a los valores de voltaje medidos en el nodo y su correspondiente valor de voltaje según las lineas equipotenciales , encontrandose que el maximo error es 11.25%.

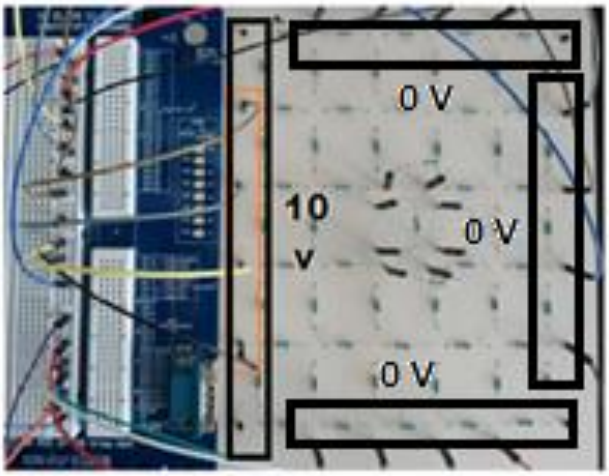

Figura 11. Aplicación de valores de voltaje en la frontera de 10 y 0 volts

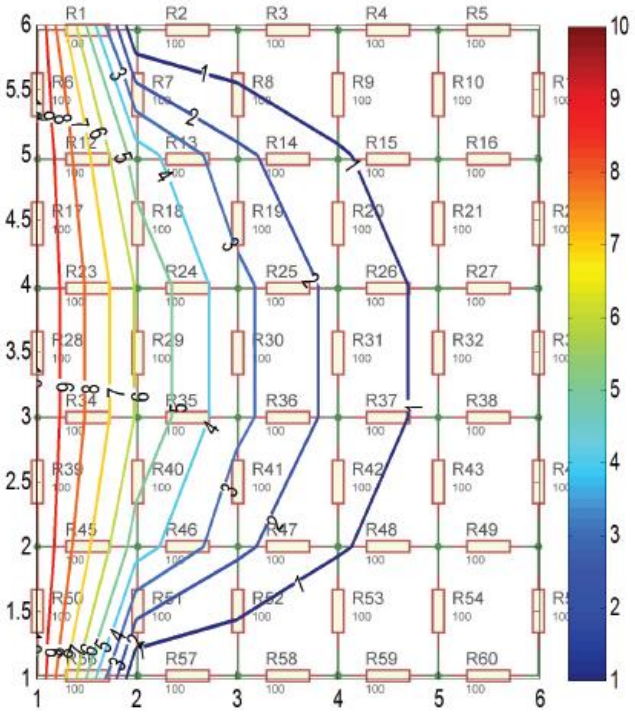

Figura 12. Curvas equipotenciales sobrepuestas en la celda Phantom resistiva

Si modificamos los valores de frontera como se indican en la figura 13 con valores de 6, 9,0 y 9 volts se obtendrán unas curvas equipotenciales similares a la figura 14

Tabla I. Valores de voltaje en nodos(V), voltaje líneas equipotenciales(LV) y porcentaje de error

Nodo	V	LV	% error	Nodo	V	LV	% error
1	9.92	10	0.8	19	9.92	10	0.8
2	0.00	0	0	20	5.90	6	1.66
3	0.00	0	0	21	3.29	3.3	0.3
4	0.00	0	0	22	1.69	1.8	6.11
5	0.00	0	0	23	0.71	0.8	11.25
6	0.00	0	0	24	0.00	0	0
7	9.92	10	0.8	25	9.91	10	0.8
8	4.52	4.5	0.44	26	4.51	4.6	1.95
9	2.23	2.5	10.8	27	2.23	2.3	3.04
10	1.09	1.2	9.16	28	1.09	1.1	0.9
11	0.45	0.5	10	29	0.45	0.5	10
12	0.00	0	0	30	0.00	0	0
13	9.92	10	0.8	31	9.92	10	0.8
14	5.89	6	1.83	32	0.00	0	0
15	3.72	3.4	8.6	33	0.00	0	0
16	1.69	1.8	6.11	34	0.00	0	0
17	0.71	0.8	11.25	35	0.00	0	0
18	0.00	0	0	36	0.00	0	0

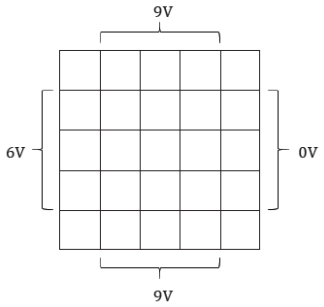

Figura 13. Valores de frontera de 6, 9,0 y 9 volts en la frontera de Dirichlet

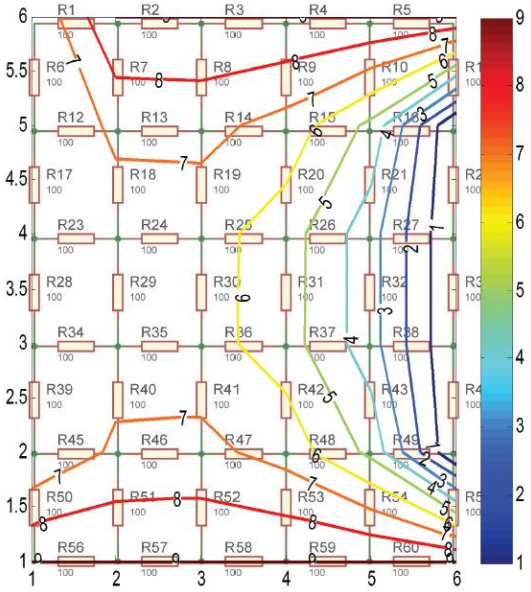

Figura 14. Curvas equipotenciales sobrepuestas en la celda Phantom resistiva

4. Conclusiones

En base a los resultados obtenidos en la Tabla I se puede observar que corresponden los valores medidos en los nodos con multímetro y los correspondientes a las líneas equipotenciales lo que verifica que la solución del problema directo empleando en el programa Matlab si corresponde con las líneas equipotenciales y su correspondiente con la celda Phantom resistiva, indicando que se comprueba la solución del método directo.

Acorde a lo anterior esto nos indica la factibilidad de emplear el método en muestras diferentes, corroborando la bondad de esta técnica no invasiva; por ejemplo en tejidos biológicos se debe emplear un diseño similar de celda Phantom que simule un tejido en nuestro prototipo al variar los valores resistivos de la celda Phantom, y acorde a los valores de frontera obtener las líneas equipotenciales internas. En el caso de una muestra solida no se podría medir los voltajes internos, por ende la factibilidad de medición de esta técnica no invasiva e indirecta se podría saber que voltajes en cada nodo interno hay con solo resolver el problema directo en la celda con los valores de frontera de prueba a similitud de lo obtenido en la celda de prueba resistiva .

Por medio de la solución del problema directo contamos con un método indirecto de medición de los valores internos de voltajes de nodo, y este estudio sea la base para comprobar la solución del problema inverso que es a aun matemáticamente más complejo de resolver que el problema directo, siendo este otro proyecto a desarrollar a futuro de la aplicación de esta técnica.

5. Bibliografía

[1] M. Cheney, D. Isaacson, Jonathan C. Newell,(1999). “Electrical Impedance Tomography”, SIAM Review Vol. 41,

[2] FosterK.R.., Schwan H.P.Dielectric Properties of Tissues and Biological Materials: A Critical Review, Critical Reviews in Biomedical Engineering 1989

[3] J.R. Bourne, B. Rigaud, J.P. Morucci, N. Chauveau, Biolectrical Impedance Techniques in Medicine.

[4] Willian H. Hayt, Teoria Electromagnetica, Mc. Graw Hill, 5 Edicion, 1994.