Congr. Int. en Ing. Electrónica. Mem. ELECTRO, Vol. 39, pp. 39-44, Oct 2017, Chihuahua, Chih. , México
http://electro.itchihuahua.edu.mx/memorias_electro/MemoriaElectro2017.zip
ISSN 1405-2172

MODELADO, SIMULACIÓN Y CONTROL DE NIVEL DE SISTEMA DE TANQUES ACOPLADOS MEDIANTE TÉCNICAS DE CONTROL PID DESCENTRALIZADO

Tlachi Cuanenemi Enrique, Muñoz Hernández Germán Ardul, Maya Ramírez Rodrigo Lucio

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Maestría en ingeniería Electrónica Opción Instrumentación Electrónica
Av. San Claudio y 18 sur, Col. Jardines de San Manuel interior de CU, edificio 1FCE6 segunda planta, Posgrado, c.p. 72570, Puebla, México.

Lce_enriquetlachi@outlook.com

RESUMEN.

El sistema de 4 tanques acoplados es un proceso representativo de sistemas multivariables análogo a procesos industriales, que exhiben una dinámica compleja con interacciones entre sus entradas y salidas que dificultan el diseño de controladores por los cambios en la dinámica del proceso, en este artículo se propone el diseño y simulación de un controlador PID descentralizado y un controlador PID desacoplado para el sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado buscando como objetivo el control de nivel de los tanques 1 y 2, validando los resultados del diseño mediante simulación en Matlab y Simulink.

Palabras Clave: Control, PID, Multivariable, Matlab

ABSTRACT.

The quadruple tank process is a representative process of multivariable systems, analog to industrial processes, which exhibits a complex dynamic with interactions between its inputs and outputs that make it difficult to design controllers due to changes in the dynamics of the process. This paper presents the design of control and simulation of a decentralized PID controller and a decoupled PID controller for the quadruple tank system with cross coupling, looking for the objective to control the level of tank 1 and 2, validating the results of the design through simulation in Matlab and Simulink.

INTRODUCCIÓN

El sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado propuesto es representativo de sistemas multivariables y análogo a sistemas industriales está compuesto por subsistemas interconectados con una dinámicas compleja no lineal y un alto acoplamiento es un sistema hibrido inspirado en [1], [2], el proceso es ideal para el análisis y validación de técnicas de control para la regulación de nivel y flujo, el cual es un problema básico en procesos industriales donde se requieren líquidos para ser bombeados, almacenados y bombeados a otros tanques, pero siempre el nivel de fluido debe ser controlado y el flujo entre ellos regulado, sus aplicaciones están presentes en la industria farmacéutica, química, petroquímica, presente en procesos de fabricación de papel, generación de energía, y en el tratamiento, distribución, purificación y filtración de agua [3]. Han sido aplicadas técnicas para el control de nivel al sistema de 1 y múltiples tanques, considerando el modelos matemático lineal y no lineal del sistema y aplicando técnicas de control centralizado y descentralizado, técnicas como control PI [4], PID, técnicas basadas en control predictivo, controladores inteligentes de lógica difusa, redes neurales y algoritmos genéticos, así como diferentes técnicas de control adaptativo, estableciendo comparaciones entre técnicas clásicas y de control avanzado [1], buscando la estabilización del sistema y cubrir las necesidades de análisis, diseño y operación.

En la actualidad los controladores PID están presentes en la mayoría de los procesos industriales, a pesar del desarrollo de las técnicas de control avanzado y del aporte tecnológico en su implementación, la estructura de control PID sigue siendo predominante en el entorno industrial, las técnicas de control PID presentan variantes de aplicación como control centralizado y descentralizado, control desacoplado, control adaptativo entre otras.

En este artículo se propone diseñar controladores PID descentralizados aplicados al modelo matemático lineal del sistema obtenido mediante expansión en series de Taylor y considerando los datos mostrados en [2], y realizar una comparación de los resultados obtenidos usando Matlab/Simulink. El presente artículo está organizado de la siguiente forma: En la sección 2 se hace una breve descripción de las técnicas de control PID aplicadas al sistema: PID descentralizado y PID descentralizado con desacoplamiento, en la sección 3 se realiza la descripción y el análisis del sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado, en la sección 4 y 5 se muestran el análisis y resultados obtenidos del diseño y aplicación de la ley de control y por último se presentan las conclusiones obtenidas de la comparación de las técnicas de control diseñadas.

TÉCNICAS DE CONTROL PID DESCENTRALIZADO

El control del sistema implica varios pasos, la propuesta del modelo matemático del proceso, considerar el diseño del controlador, su configuración, la cual para sistemas multivariables puede ser elegida usando el método de ganancia relativa (Relative Gain Array (RGA)), seleccionar el conjunto de variables manipuladas y variables de control para relacionar las conexiones de entradas y salidas, finalmente la selección de los parámetros del controlador y su ajuste para obtener resultados gráficos a partir de simulaciones en herramientas de software como Matlab y por ultimo su implementación.

Control PID descentralizado

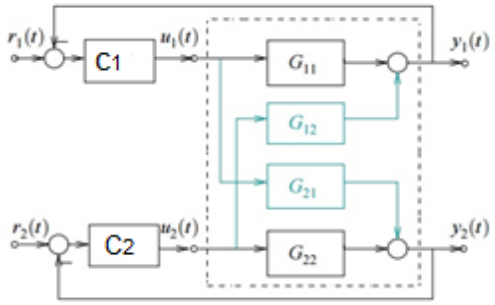

Fig. 1. Elementos del sistema de control descentralizado

Se realiza el diseño de controladores PID haciendo un emparejamiento entre $y_1 - u_1$ y el segundo controlador entre $y_2 - u_2$ al ignorar las funciones de transferencia G_{12}, G_{21} considerándolas como perturbaciones al sistema, se considera planta como si fueran 2 sistemas SISO, ofreciendo un desempeño aceptable considerado igual de bueno como un controlador centralizado, esto dependiendo del grado de interacción entre las variables del sistema el cual es posible escalarlo a partir de la matriz de ganancia relativa (RGA), solo cuando los elementos diagonales de la (RGA) son positivos y no representan un grado de interacción alto, entonces el controlador descentralizado puede ser aplicado y por tanto el sistema controlado, si algún elemento de la diagonal de la RGA es negativa y se utiliza el controlador descentralizado, entonces el sistema en lazo cerrado es inestable. Este enfoque permite controlar sistemas multivariables despreciando los acoplamientos cruzados y tratando un bucle a la vez, los controladores se diseñan para que la señal de control se base solo en la señal medida y en su punto de consigna. Los controladores descentralizados son siempre cuadrados, si el número de entradas y salidas no es el mismo, simplemente algunas señales no se utilizan. La forma del controlador PID está dado por la ecuación (1), donde k_{pj}, k_{ij} y k_d representan la ganancia proporcional, integral y diferencial del controlador respectivamente [4].

$$C_{PIi} = k_{pj} + \frac{k_{ij}}{s} + k_{di}s \qquad j = 1,2 \qquad (1)$$

Control PID desacoplado

En la actualidad a pesar del desarrollo de las técnicas de control y del aporte tecnológico en su implementación, la estructura de control PID se sigue empleando en la mayoría de los procesos industriales en el mundo, el diseño de la estrategia de control consiste en el diseño de 2 controladores PID y la obtención de su respectivo desacoplado cuyo propósito es reducir la interacción generada por los lazos de la figura 3. Se desea considerar los elementos de desacoplo con el fin de reducir la interacción presente en los lazos de control y poder realizar el ajuste de los controladores de forma individual, para esto se descompone el sistema multivariable en subsistemas de una variable como se muestra en la figura 2 donde se muestra la implementación de un sistema de control con desacopladores para un sistema multivariable de 2 entradas y 2 salidas.

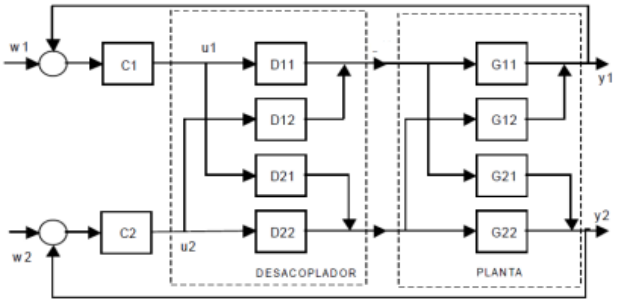

Fig. 2. Elementos del sistema de control desacoplado

El objetivo es construir un sistema diagonal, considerando que se cumpla:

$$X(s) = G(s)D(s) = diag[x_1(s), x_2(s)] \qquad (2)$$

Donde para determinar D(s) es necesario calcular la inversa de G(s), entonces el desacoplador tendrá la forma de

$$D(s) = G(s)^{-1}X(s) = \frac{\begin{bmatrix} G_{22}(s)x_1(s) & -G_{12}(s)x_2(s) \\ -G_{21}(s)x_1(s) & G_{11}(s)x_2(s) \end{bmatrix}}{\det(G(s))} \qquad (3)$$

La representación se realiza asumiendo los términos en la diagonal principal igual a 1 con lo cual se obtiene [5]:

$$D(s) = \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{-G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ \dfrac{-G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{pmatrix} \qquad (4)$$

DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

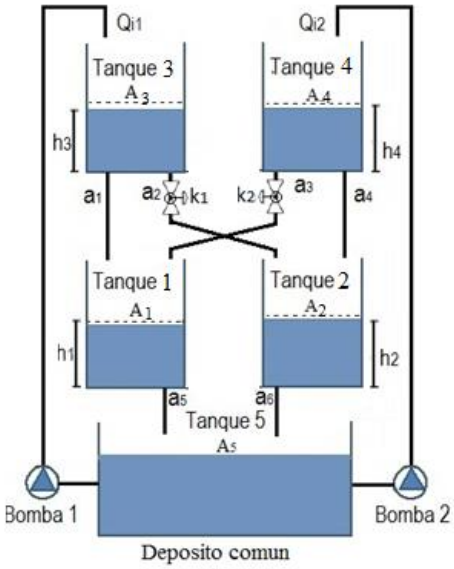

Fig. 3 Sistema de 4 tanques con acoplamiento cruzado

El modelo y la dinámica asociada al proceso mostrado en la figura se obtiene basándose en la ecuación de continuidad, ecuación de Bernoulli y el teorema de Torricelli [6], además de utilizar datos físicos de la geometría de las estructuras utilizadas y mediciones de entrada/salida. El modelo permite relacionar el flujo total dentro de cada tanque Q_t con el flujo de entrada q_i y el flujo de salida q_0, se asume que el flujo de salida es una función de la altura del líquido contenido en cada uno de los tanques.

$$A_t\dot{h}_t = q_i - q_o \qquad (5)$$

Aplicando la ecuación a cada uno de los tanques se obtiene:

$$\begin{aligned} A_1\dot{h}_1 &= q_{b1} - q_{13} - q_{14} \\ A_2\dot{h}_2 &= q_{b2} - q_{23} - q_{24} \\ A_3\dot{h}_3 &= q_{b1} - q_{13} - q_{14} \\ A_4\dot{h}_4 &= q_{b1} - q_{13} - q_{14} \end{aligned} \qquad (6)$$

h_1, A_1, q_{bi}, q_{ij} son el nivel de líquido, el área seccional transversal de los tanques, el flujo de líquido proveniente de las bombas, y el flujo de salida de cada tanque respectivamente. A partir de la característica estática de la bomba y considerando su comportamiento en valores cercanos al punto de operación está presenta un comportamiento lineal en una sección de su región dependiente del voltaje aplicado V_i limitada por un V_{max} y V_{min}, y un valor constante determinado por la carga máxima k_i.

$$q_{bi} = k_i(V_1) \qquad (7)$$

El caudal de salida q_{ij} depende de la aceleración debido a la gravedad g, la altura del nivel de líquido en cada tanque h y el área de la sección trasversal de las salidas de cada tanque a_i.

$$q_{ij} = a_i\sqrt{2gh_i} \qquad (8)$$

Remplazando q_{ij} por el definido por la ecuación (8) y remplazando q_{bi} por el obtenido en la ecuación (7), se obtienen las ecuaciones del sistema en términos del nivel de líquido del tanque para cada uno de los tanques, el modelo matemático del sistema está definido por:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= -\frac{a_5}{A_1}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_3} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_4} \\ \dot{h}_2 &= -\frac{a_6}{A_2}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_3} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4} \\ \dot{h}_3 &= -\frac{a_1 + a_2}{A_3}\sqrt{2gh_3} + \frac{k_1}{A_3}(v_1) \\ \dot{h}_4 &= -\frac{a_3 + a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{k_2}{A_4}(v_1) \end{aligned} \qquad (9)$$

La ecuación puede ser reescrita como [2]:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= -c_1\sqrt{h_1} + c_2\sqrt{h_3} + c_3\sqrt{h_4} \\ \dot{h}_2 &= -c_4\sqrt{h_2} + c_5\sqrt{h_3} + c_6\sqrt{h_4} \\ \dot{h}_3 &= -c_7\sqrt{h_3} + c_8(v_1) \\ \dot{h}_4 &= -c_9\sqrt{h_4} + c_{10}(v_1) \end{aligned} \qquad (10)$$

Basándose en el modelo no lineal se derivan las ecuaciones del modelo lineal usando expansión en series de Taylor, se considera el caso donde el sistema multivariable depende de n variables y entradas, se realizan las derivadas parciales de variables para cada una de las ecuaciones, desarrollando la serie y conservando solo los términos de primer orden, los términos no lineales del sistema son linealizados con respecto a $h_i(t)$ donde $n = 1, 2, 3, 4$ y v_n donde $n = 1, 2$ alrededor de los puntos de operación $\bar{h}_i$, $\overline{v_n}$, se consideran $H_i = h_i - \bar{h}_i$, $U_n = v_n - \overline{v_n}$ como las variables de desviación, se obtiene la representación del modelo matemático lineal del sistema en forma de espacio de estados determinado por :

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{c_1}{2\sqrt{\bar{h}_1}} & 0 & \frac{c_2}{2\sqrt{\bar{h}_3}} & \frac{c_3}{2\sqrt{\bar{h}_4}} \\ 0 & -\frac{c_4}{2\sqrt{\bar{h}_2}} & \frac{c_5}{2\sqrt{\bar{h}_3}} & \frac{c_6}{2\sqrt{\bar{h}_4}} \\ 0 & 0 & -\frac{c_7}{2\sqrt{\bar{h}_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{9}{2\sqrt{\bar{h}_4}} \end{bmatrix} H + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ c_8 & 0 \\ 0 & c_{10} \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} H \qquad (11)$$

El sistema puede ser representado por $Y(s) = G_p(s)U(s)$, a partir de la idea extendida de una función de transferencia considerando la transformada de Laplace y la representación

del sistema en espacio de estados, la matriz de función de transferencia (Matrix Transfer Function (MTF)) de la planta está dada por $G_p(s) = (C(sI - A)^{-1}B + D$, aplicando la relación al sistema de tanques acoplados se obtiene:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{2c_2c_8\sqrt{\bar{h}_1}}{\left(c_1 + 2\sqrt{\bar{h}_1}s\right)\left(c_7 + 2\sqrt{\bar{h}_3}s\right)} & \dfrac{2c_3c_{10}\sqrt{\bar{h}_1}}{\left(c_1 + 2\sqrt{\bar{h}_1}s\right)\left(c_9 + 2\sqrt{\bar{h}_4}s\right)} \\ \dfrac{2c_5c_8\sqrt{\bar{h}_2}}{\left(c_4 + 2\sqrt{\bar{h}_2}s\right)\left(c_7 + 2\sqrt{\bar{h}_3}s\right)} & \dfrac{2c_6c_{10}\sqrt{\bar{h}_2}}{\left(c_4 + 2\sqrt{\bar{h}_2}s\right)\left(c_9 + 2\sqrt{\bar{h}_4}s\right)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

DESARROLLO

Se consideran los valores de los parámetros del sistema mostrados en la tabla 1 presentados en [2] para la validación del modelo del sistema y las técnicas de control.

Tabla 1. Parámetros del Sistema

Parámetros del modelo	Símbolo	Valor
Área seccional Tanque 1, 2, 3, 4	A_1, A_2, A_3, A_4	$353.4292\ cm^2$
Área seccional de salida	a_1, a_4	$.1444\ cm^2$
Área seccional de salida	a_2, a_3	$.0961\ cm^2$
Área seccional de salida	a_5, a_6	$.2304\ cm^2$
Cte. de gravedad	g	$981\ cm/s^2$
Cte. de la bomba	k_p	$7.687\ cm^3/v$
Punto de operación tanque 1	$\bar{h}_1$	$12.22\ cm$
Punto de operación tanque 2	$\bar{h}_2$	$10.29\ cm$
Punto de operación tanque 3	$\bar{h}_3$	$15.18\ cm$
Punto de operación tanque 4	$\bar{h}_4$	$6.38\ cm$
Voltaje de operación bomba 1	$\bar{v}_1$	$5.4\ v$
Voltaje de operación bomba 2	$\bar{v}_1$	$3.5\ v$

Se realiza la representación del sistema en diagramas a bloques en Simulink el cual se muestra en la figura 4, considerando el bloque de entradas del sistema, el modelo lineal, el modelo no lineal, un bloque de ajuste de escalas para la simulación del sistema en la herramienta V-Realm Builder de Matlab y el bloque de animación para los tanques y las conexiones del proceso, así como la comparación de ambos modelos, considerando como parámetros del modelo los mostrados en la tabla 1.

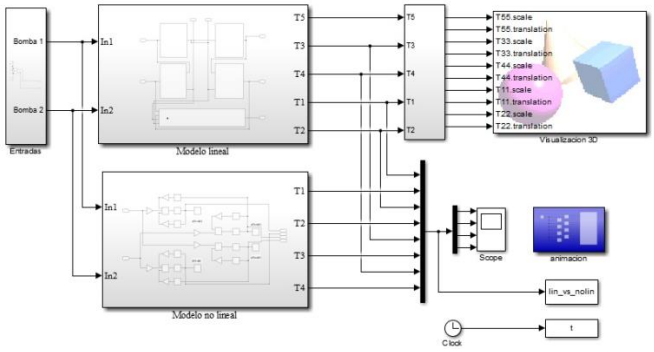

Fig. 4. Representación en Simulink y Virtual Real Builder del Sistema de tanques acoplados.

Para el diseño de los controladores se obtiene la representación del sistema a partir de su matriz de función de transferencia definida por la ecuación (12) y los datos de la tabla 1 obteniendo la ecuación (13).

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{.0028}{54.483s^2 + .4357s + .0009} & \dfrac{.0018}{35.315s^2 + .3564s + .0009} \\ \dfrac{.0017}{50.003s^2 + .4184s + .0009} & \dfrac{.0025}{32.41s^2 + .3391s + .0009} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Se diseñan los controladores descentralizados para cada entrada del sistema (PID1 y PID2), las variables controladas son la tensión de cada una de las bombas con un margen de trabajo de entre 0 y 12 volts, para el diseño de los controladores se consideran el control de $G_{11}(s)\ y\ G_{22}(s)$ y los dos elementos restantes de la matriz son considerados perturbaciones de cada lazo. los valores obtenidos para cada uno de los controladores se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Parámetros control PID descentralizado

	K_p	K_i	K_d
PID 1	1.4828	.00822	65.05
PID 2	.9945	.0061	40.40

Se realiza la implementación del control en Simulink de Matlab (figura 7) agregando elementos de saturación para establecer límites en las salidas de control de las bombas, se considera como objetivo alcanzar los valores de referencia establecidos como puntos de operación del sistema mostrados en la tabla 1.

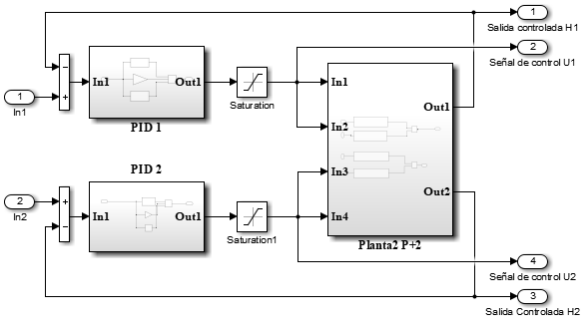

Fig. 5 Implementación en Simulink del control descentralizado

Para el diseño de los controlados PID desacoplados ya que los lazos se encuentran desacoplados es posible sintonizar cada uno de ellos individualmente de manera independiente, se consideran los mismos valores del control PID descentralizado mostrados en la tabla 2, con el fin de poder validar el cambio en la respuesta del control con los desacopladores implementados. Se realiza la simulación e implementación mostrada en el diagrama a bloques en Simulink en la figura 6.

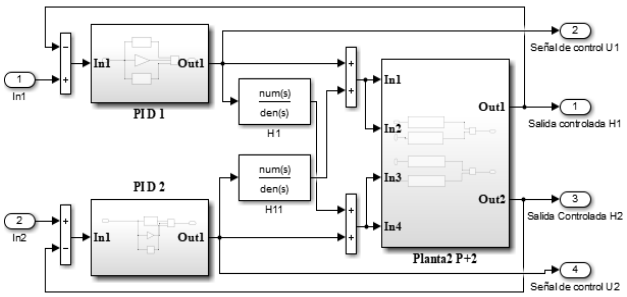

Fig. 6. Implementación del control PI desacoplado en Simulink

La matriz de desacoplamiento para el controlador mostrado en la figura se muestra en la ecuación (14).

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{.234s^2 + .0041s + .000018}{.228\,s^2 + .005s + .000026} \\ -\dfrac{.128s^2 + .0029s + .000016}{.298s^2 + .0054\,s + .000024} & 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

RESULTADOS

A partir de la ecuación (10) y (11) se realiza la comparación de las respuestas del sistema para cada uno de los tanques mediante simulación en Matlab y Simulink mostrada en la figura 4 y los parámetros mostrados en la tabla 1, obteniendo las curvas de respuesta mostradas en la figura 7, la línea punteada corresponde al modelo lineal del sistema para cada uno de los tanques, la respuesta obtenida es casi idéntica al modelo no lineal original propuesto, alcanzando cada una de las curvas los puntos de operación calculados previamente.

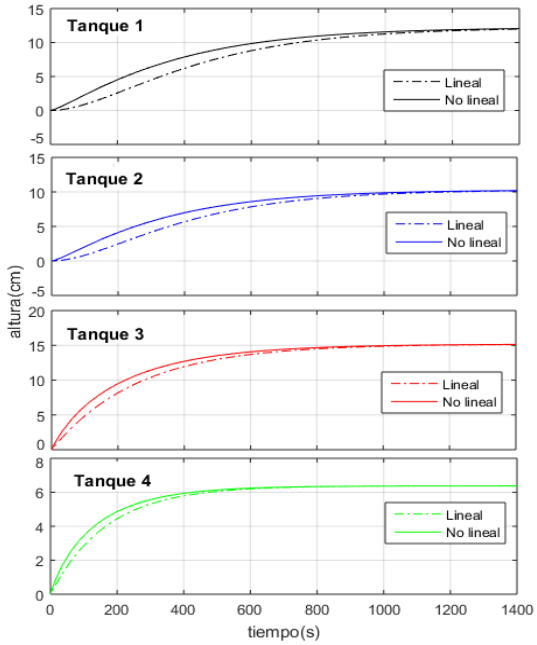

Fig. 7. Curvas modelo no lineal vs modelo lineal

Como resultado del control PID descentralizado se obtienen las curvas de respuesta mostradas en la figura 8 las cuales se comparan con la respuesta del sistema sin acción de control, se alcanza el punto de estabilidad para el tanque 1 en el instante t=921 segundos en comparación con t=1400 segundos obtenido sin acción de control teniendo una reducción del 30% aproximadamente, para el tanque 2 el sistema controlado alcanza la estabilidad en el instante t=921 segundos en comparación con los 1033 segundos sin acción de control con una reducción del 10 % en el tiempo.

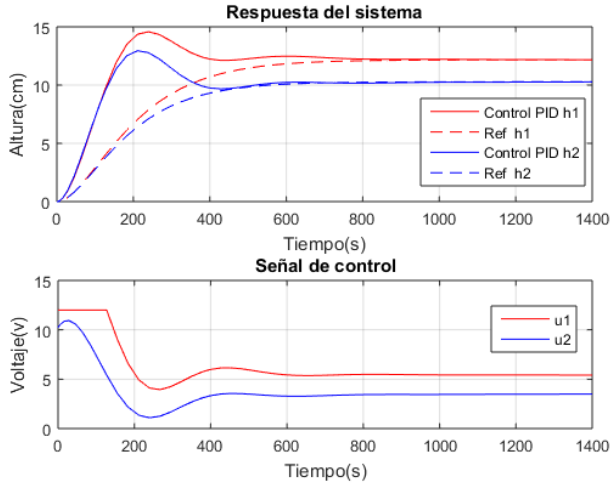

Fig. 8. Respuesta control PID descentralizado

las curvas de respuesta del sistema controlado mediante el control PID con desacoplamiento se muestran en la figura 9, comparadas con las obtenidas por el control PID descentralizado, alcanzando un punto de estabilidad para el tanque 1 en el instante t=827 segundos en comparación con t=921 segundos obtenido con el control descentralizado teniendo una reducción adicional del 10% aproximadamente, para el tanque 2 el sistema controlado alcanza la estabilidad en el instante t=1023 segundos en comparación con los 1033 segundos sin acción, para este caso la diferencia es mínima, en comparación con el controlador descentralizado se tuvo un respuesta más lenta casi igual que el sistema sin control. El desacoplamiento de las variables ofrece una mejor respuesta del sistema

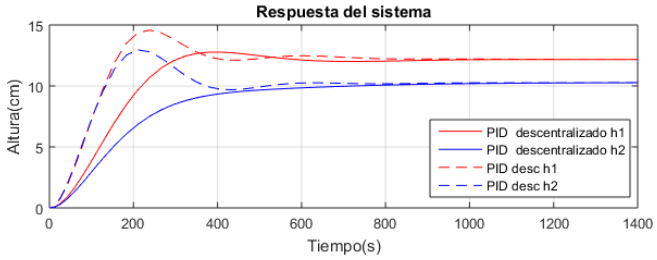

Fig. 9. Comparación de la respuesta del control PID

La respuesta presentada por el control desacoplado en comparación con el descentralizado es mucho mejor, presenta un menos sobre impulso con una respuesta más suave y un tiempo de estabilidad en general menor que el del control descentralizado.

Por ultimo en la figura 10 se muestra la simulación del sistema en 3D en la herramienta V- Realm Builder, los elementos del sistema son construidos a escala y es validado el comportamiento del proceso de forma visual apoyado de las gráficas y datos obtenidos del análisis del proceso.

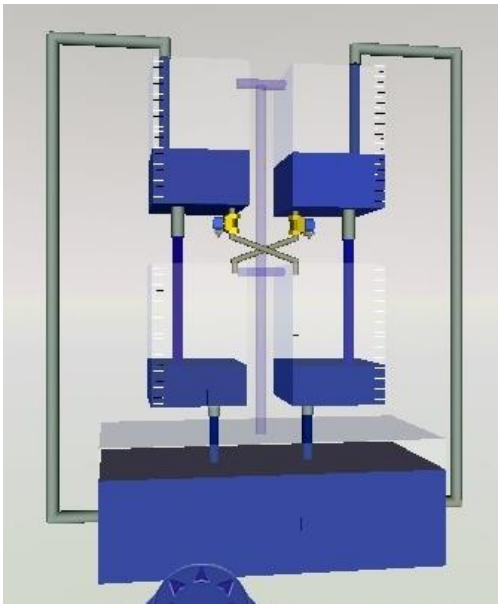

Fig. 10. Simulación en Virtual Realm Builder.

CONCLUSIONES

Se han diseñado 2 técnicas de control PID y analizado las características del sistema multivariable, el modelo lineal y no lineal del sistema, los puntos de operación, así como el valor de las señales de control se comparan con las mostradas en [2] para validar que el diseño sea correcto y se obtengan los valores que corresponden con el comportamiento de la dinámica del sistema. Como aportación se considera el ofrecer alternativas de control aplicadas al sistema con una complejidad relativamente menor a la mostrada en [2] y [7] así como un menor consumo de recursos computacionales, estrategias que es viable aplicar a sistemas multivariables, así como un análisis del sistema, en conjunto con su simulación y animación lo que permite ofrecer herramientas de visualización adicionales a las gráficas y datos que se puedan obtener del análisis.

REFERENCIAS

[1] Karl Henrik Johansson, "*The Quadruple - Tank Process: A Multivariable Labortatory Process with an Adjustable zero*", IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 8, No. 3, May 2000.

[2] Houssemeddine Gouta, Salim Hadj Sa*id* and Faouzi M'Sahli *"Observer-based Backstepping liquid level controller for a quadruple tank process",*16th international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering, Tunisia, December 21-23, 2015.

[3] Marco Antonio Pérez Cisneros y Elke Laubwald "Sistemas de depósitos acoplados", División de electrónica y computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México.

[4] Jayaprakash J, Davidson D, Subha Hency Jose P, "Comparison of Controller Performance for MIMO Process", International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, 2250-2459, ISO 9001:2008 Certified Journal, Volume 3, Issue 8, August 2013

[5] Aguilar Andrea Carolina, Castro Urresta Oscar Camilo, Franco Obando Francisco, *"Control PID desacoplado para un sistema de tanques interactuantes",* Automatisa 2013, automatización sin límites, Bogotá Colombia.

[6] Clayton T. Crowe, Donald F. Elger, Barbara C. Williams y John A. Roberson, *"Engineering fluid mechanics",* Editorial John Wiley and Sons, Inc. Novena edición

[7] Feten Smida , Salim Hadj Saıd, Faouzi M′Sahli "Unknown Input Observer based flow rate and liquid level estimation for a quadruple tank process", IEEE febrero 2014

[8] C. Ramadevi, V. Vijayan*, "Design of Decoupled PI Controller for Quadruple Tank System",* International Journal of Science and Research (IJSR), ISSN (Online): 2319-7064, mayo 2014.