Congr. Int. en Ing. Electrónica. Mem. ELECTRO, Vol. 39, pp. 45-51, Oct 2017, Chihuahua, Chih. , México
http://electro.itchihuahua.edu.mx/memorias_electro/MemoriaElectro2017.zip
ISSN 1405-2172

Seguimiento de trayectoria por medio de un control no Lineal aplicado a un cuadricóptero: Comparación del PID clásico contra un diseño por técnicas de Lyapunov

Hernández-Jaime Héctor M., Jalomo-Cuevas Jaime, Mendoza-García Armando, Sosa-López Marco A.
Áreas Técnicas: Control Automático, Robótica, Mecatrónica
Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, Ciudad Guzmán, Jalisco, México
Avenida Tecnológico #100, Código Postal: 49100
Teléfono: (341) 575 20 50, Fax: (341) 575 20 74
ing.hector1991@outlook.com

***Resumen*— Este artículo presenta una técnica de control que se basa en el modelo no lineal para regular los ángulos de pitch y roll de un cuadricóptero en presencia de perturbaciones. La regulación robusta es probada aplicando al sistema una señal de referencia senoidal donde ocurren las perturbaciones internas y externas debido al peso del giroscopio de pruebas en el cual se encuentra montado el cuadricóptero. El esquema de control propuesto es comparado contra el control PID clásico para mostrar que existe una mejora en el funcionamiento del regulador para seguir trayectoria. La condición de estabilidad de Lyapunov se ha resuelto a través del diseño por técnicas de Lyapunov y se ha comprobado por medio de resultados de experimentos en físico. Para llevar a cabo el estudio comparativo entre el esquema de control propuesto y un PID clásico ha sido necesario aplicar reguladores PID para cada uno de los ángulos que en conjunto conforman al regulador lineal PID. Los experimentos en físico son llevados a cabo sobre una base giroscópica con el objetivo de verificar las características del control aplicado a un cuadricóptero de propósito general construido con elementos de gama estándar.**

Palabras clave—cuadricóptero; control no lineal; estabilidad de Lyapunov; control PID clásico; técnicas de Lyapunov.

I. Introducción

En la actualidad los vehículos aéreos no tripulados UAV (por sus siglas en inglés) se han vuelto muy populares en casi todo el mundo. El cuadricóptero entre estos es de los más conocidos debido a las diversas áreas de aplicación que van desde la agricultura, ingeniería civil, militar, pasatiempo hasta turismo y cinematografía. Las ventajas que ofrece el uso del cuadricóptero es el aterrizaje y despegue vertical, lo cual permite el acceso a lugares de difícil acceso y peligrosos. Una de las dificultades que se presenta al momento de intentar realizar aportaciones sobre el diseño de controles aplicados al cuadricóptero radica en el modelo matemático ya que es un sistema subactuado con alto acoplamiento dinámico, formado por ecuaciones diferenciales no lineales en un sistema de cuatro rotores con cuatro entradas y seis salidas. Estas seis salidas representan los seis grados de libertad, 6 DOF (por sus siglas en inglés)

Los primeros trabajos que se realizaron acerca del modelo dinámico fueron por Mistler et al [1], quienes mostraron una ecuación dinámica no lineal en base a las leyes de Newton sobre la estructura de espacio de estados aplicando linealización y desacoplamiento con un control por retroalimentación, de trabajos iniciales también se han identificado las dinámicas no lineales por lo que los acercamientos lineales fueron abandonados debido a la dificultad que requiere el control de seguimiento. Hamel et al [2], muestra un helicóptero de cuatro rotores, incorporando el aire, la estructura, dinámicas de los rotores y efectos giroscópicos en los casos de estudio donde las condiciones de vuelo son cuasi-estacionarias. Años más tarde Altug et al [3] con la ayuda del método Newton-Euler presentó un modelo matemático y aplicó retroalimentación, linealización y un esquema de control backstepping con lo cual logró un buen funcionamiento. Moktary [4] aportó un enfoque no lineal utilizando los ángulos de Euler para retroalimentar las señales de latitud para regular con ello la orientación del sistema. En trabajos más recientes Jurado et al [5] desarrolló un control difuso no lineal con propósitos de seguimiento de trayectoria, utilizando las propiedades del modelo difuso del tipo Takagi-sugeno para calcular controladores locales lineales [6] logrando con ello estabilidad local y por consecuente la estabilidad global para todo el sistema por medio de técnicas difusas y para cumplir las condiciones de estabilidad se tomaron en cuenta las desigualdades lineales matriciales. En otros trabajos, Becerra et al [7] estudio el funcionamiento del controlador PID comparado con el difuso tipo Mamdany con propósitos de regular las variables de altitud así como los ángulos de roll, pitch y yaw.

En este trabajo presentamos el estudio de dos tipos de controles y el comparativo entre ellos, el PID clásico contra un esquema de control no lineal por medio de un diseño por técnicas de Lyapunov, estos dos algoritmos fueron probados y verificados por medio de experimentos en físico utilizando un cuadricóptero montado sobre una base giroscópica que fue diseñada y construida para estos objetivos. Ambos controles se probaron para que los ángulos de pitch y roll siguieran una señal senoidal con la cual el cuadricóptero siguiera una trayectoria en tiempo real y en condiciones de presencia de perturbaciones y se pretende que se realicen estas pruebas de campo para trabajos futuros. El contenido de este trabajo se presenta aquí: el modelo matemático del cuadricóptero se presenta en la sección II. El análisis de la estabilidad de Lyapunov en la sección III. Los resultados de simulación se presentan la sección IV. Los experimentos en físico sobre la base giroscópica se muestran finalmente en la sección V.

II. Modelo Matemático Del Cuadricóptero

A. *Modelo dinámico*

El modelo dinámico que describe la posición y orientación de un vehículo aéreo no tripulado puede ser obtenido utilizando el método Newton-Euler [1]. En este trabajo se considera un cuadricóptero en configuración signo más (+), el cual cuenta con cuatro rotores, dos de ellos girando conforme a las manecillas del reloj y dos en sentido opuesto. Para generar un movimiento hacia el frente el rotor trasero debe aumentar la velocidad en la misma magnitud con la que el rotor delantero disminuye mientras los demás rotores mantienen la velocidad de sustentación. Para generar el movimiento hacia atrás, el rotor delantero aumenta la velocidad en la misma magnitud con la que el rotor trasero la disminuye. Para generar un movimiento hacia la derecha, el rotor izquierdo debe aumentar la velocidad en la misma magnitud con la que el rotor derecho la disminuye mientras los demás rotores mantienen la velocidad de sustentación. Para obtener el movimiento hacia la izquierda, el rotor derecho debe aumentar la velocidad en la misma magnitud con la que el rotor izquierdo la disminuye. Finalmente para mantener en sustentación al cuadricóptero, todos los rotores deben girar a la misma velocidad.

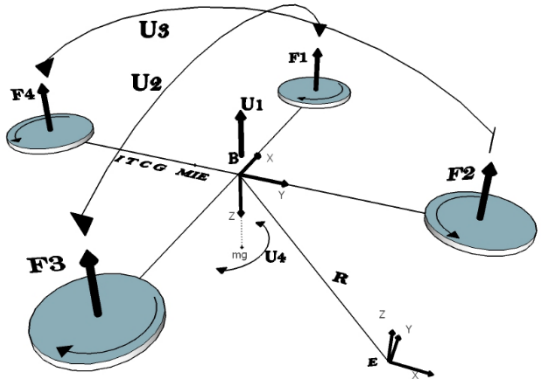

Fig. 1. Esquema general del cuadricóptero

El conjunto de ecuaciones que describen la posición y orientación de un vehículo aéreo no tripulado se obtienen suponiendo que este es un cuerpo rígido de seis grados de libertad y además pueden ser separadas en ecuaciones cinemáticas y dinámicas referenciadas a un sistema fijo al cuadricóptero (B) en su centro de masas respecto a otro sistema de referencia inercial fijo a tierra (E) sobre el cual se obtendrá la posición absoluta y la orientación del cuerpo.

$$\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix} = V^E, \quad \begin{pmatrix}\dot{\psi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\phi}\end{pmatrix} = T(\psi\ \theta\ \phi)\omega^B, \qquad (1)$$

donde V^E representa la velocidad lineal respecto al sistema de referencia inercial fijo a tierra y $\omega^B = (p\ q\ r)^T$ la velocidad angular respecto al sistema de referencia adjunto al cuadricóptero, y para obtener la velocidad respecto al sistema de referencia adjunto al cuadricóptero es necesario introducir la matriz de rotación que viene dada por las rotaciones sucesivas de los ángulos Tait-Bryan.

$$V^B = RV^E$$

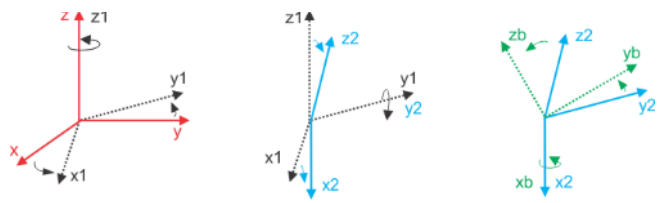

Fig. 2. Rotaciones sucesivas de los ángulos Tait-Bryan

Rotación de los ángulos Tait-Bryan del sistema de referencia inercial fijo a tierra al sistema fijo al cuadricóptero.

$$R = \begin{pmatrix} 0 & sen\ \phi/cos\ \theta & cos\ \phi/cos\ \theta \\ 0 & cos\ \phi & -sen\ \phi \\ 1 & sen\ \phi tan\ \theta & cos\ \phi tan\ \theta \end{pmatrix}$$

Además la rotación de un UAV puede obtenerse utilizando ángulos de Euler, cuaternios, etc. A través de 12 definiciones independientes de los ángulos de Euler se puede representar la orientación relativa de dos sistemas de coordenadas. La secuencia utilizada en este trabajo es ZYX

$$T(\psi\ \theta\ \phi) = \begin{pmatrix} 0 & sen\ \phi/cos\ \theta & cos\ \phi/cos\ \theta \\ 0 & cos\ \phi & -sen\ \phi \\ 1 & sen\ \phi tan\ \theta & cos\ \phi tan\ \theta \end{pmatrix}$$

Las ecuaciones dinámicas del cuadricóptero el cual está sujeto a fuerzas externas que se aplican al centro de masa respecto al sistema de referencia B se obtienen aplicando las leyes de Newton.

$$\begin{pmatrix} mI_{3\times3} & 0 \\ 0 & J \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{V}^E \\ \dot{\omega}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \times J\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ \tau \end{pmatrix},$$

donde $I_{3\times3}$ es una matriz identidad, m es la masa, $J = diagonal\{I_{xx}\ I_{yy}\ I_{zz}\}$ representa una matriz diagonal con los valores correspondientes al momento de inercia respecto de

cada uno de los tres ejes, F y τ son las fuerzas y torques externos aplicados al cuadricoptero esto es; el peso mismo, las fuerzas aerodinámicas, el empuje y torque de los cuatro rotores, de tal forma que pueden ser expresados de la siguiente forma:

$$F = \begin{pmatrix} A_x + (\cos\psi\cos\phi sen\,\theta + sen\,\psi sen\,\phi)U_1 \\ A_y + (\cos\phi sen\,\psi sen\,\theta - \cos\psi sen\,\phi)U_1 \\ A_z - mg + (\cos\theta\cos\phi)U_1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\tau = \begin{pmatrix} A_p + U_2 l \\ A_q + U_3 l \\ A_r + U_4 \end{pmatrix},$$

donde $g = 9.81 m/s^2$ es la fuerza de gravedad, l es la distancia que existe del centro de masa del cuadricóptero a cada uno de los rotores, A_x, A_y, A_z y A_p, A_q, A_r corresponden a las fuerzas y pares aerodinámicos que actúan sobre el cuadricóptero y son calculados a partir de los coeficientes aerodinámicos $C_i, i = x, y, z, p, q, r$ prosiguiendo a introducir la densidad del aire ρ_{aire} y la velocidad con respecto a este W como $A_i = \frac{1}{2}\rho_{aire} C_i W^2$ [1]. U_1 Es la entrada principal de control aplicada al cuadricóptero también vista como el empuje resultante que ejercen los cuatro rotores [2], U_2 es la diferencia de empuje entre el rotor trasero y el delantero en tanto que U_3 se obtiene mediante la diferencia de empuje del rotor izquierdo y rotor derecho, U_4 se obtiene con la diferencia de torque entre los dos rotores que giran en sentido horario y los dos rotores de sentido anti-horario. Los movimientos de $pitch, roll\ y\ yaw$ deben lograse manteniendo la entrada principal de control constante los cuales mantienen una relación proporcional con la velocidad angular de cada rotor [2]. Si se supone que la velocidad de los motores eléctricos es controlada entonces se pueden considerar a $U_1, U_2, U_3\ y\ U_4$ como entradas de control.

B. *Ecuaciones matemáticas*

Con las consideraciones mencionadas y utilizando las ecuaciones (1) y (2) es posible definir un vector de estados:

$$X = [x\ y\ z\ \psi\ \theta\ \phi\ u\ v\ w\ p\ q\ r]$$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ q\sin\phi\sec\theta + r\cos\phi\sec\theta \\ q\cos\theta - r\sin\theta \\ p + q\sin\phi\tan\theta + r\cos\phi\tan\theta \\ \frac{A_x}{m} + (\cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi)\frac{1}{m}U_1 \\ \frac{A_y}{m} + (\sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi)\frac{1}{m}U_1 \\ \frac{A_z}{m} - g + (\cos\theta\cos\phi)\frac{1}{m}U_1 \\ \frac{A_p}{I_x} + qr\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) + \frac{l}{I_x}U_2 - \frac{J_r\Omega q}{I_x} \\ \frac{A_q}{I_y} + pr\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) + \frac{l}{I_y}U_3 + \frac{J_r\Omega r}{I_y} \\ \frac{A_r}{I_z} + pq\left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) + \frac{1}{I_z}U_4 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Lo cual es un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales donde J_r es el momento de inercia rotacional del rotor alrededor de su eje y Ω es la velocidad angular total de los rotores.

III. Análisis de la estabilidad de Lyapunov

A continuación mostramos el método del diseño por técnicas de Lyapunov aplicado al modelo matemático para finalmente obtener las ganancias necesarias para el esquema de control. Iniciamos declarando X_{msv} como el conjunto de las variables que son medibles por los sensores

$$X_{msv} = [\psi, p, \theta, q, \phi, r]$$

$$X_{ref} = [\psi_{ref}, p_{ref}, \theta_{ref}, q_{ref}, \phi_{ref}, r_{ref}]$$

$$e = X_{msv} - X_{ref}$$

El objetivo del control es lograr que el error se aproxime a cero y por tanto se definen las seis funciones de errores juntamente con sus dinámicas.

$$e \cong 0$$

$$e\psi = \psi - \psi_{ref} \qquad \dot{e}\psi = \dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref}$$

$$ep = p - p_{ref} \qquad \dot{e}p = \dot{p} - \dot{p}_{ref}$$

$$e\theta = \theta - \theta_{ref} \qquad \dot{e}\theta = \dot{\theta} - \dot{\theta}_{ref}$$

$$eq = q - q_{ref} \qquad \dot{e}q = \dot{q} - \dot{q}_{ref}$$

$$e\phi = \phi - \phi_{ref} \qquad \dot{e}\phi = \dot{\phi} - \dot{\phi}_{ref}$$

$$er = r - r_{ref} \qquad \dot{e}r = \dot{r} - \dot{r}_{ref}$$

Se procede a proponer una función candidata de Lyapunov como se muestra a continuación:

$$V = \frac{1}{2}(e^2\psi + e^2 p + e^2\theta + e^2 q + e^2\phi + e^2 r)$$

Si derivamos con respecto al tiempo a la función candidata y sustituimos las dinámicas de los errores obtenemos:

$$\dot{V} = (e\psi\,\dot{e}\psi + ep\,\dot{e}p + e\theta\,\dot{e}\theta + eq\,\dot{e}q + e\phi\,\dot{e}\phi + er\,\dot{e}r)$$

$$\dot{V} = e\psi\,\dot{e}\psi + ep\left[qr\left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) + \frac{1}{I_z}u_4\right] + e\theta\,\dot{e}\theta$$

$$+eq\left[pr\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) + \frac{l}{I_y}u_3 + \frac{J_r\Omega r}{I_y}\right] + e\phi\,\dot{e}\phi + er\left[pq\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) + \frac{l}{I_x}u_2 - \frac{J_r\Omega q}{I_x}\right]$$

$$\dot{V} = e\psi\,\dot{e}\psi + ep\,qr\left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) + \frac{ep\,u_4}{I_z} + e\theta\,\dot{e}\theta$$
$$+eq\,pr\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) + \frac{eq\,l\,u_3}{I_y} + \frac{eq\,J_r\Omega r}{I_y} + e\phi\,\dot{e}\phi$$
$$+ erpq\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) + \frac{er\,l\,u_2}{I_x} - \frac{er\,J_r\Omega q}{I_x}$$

Considerando la simétrica de la estructura del cuadricóptero se simplifica la función significativamente puesto que los momentos de inercia *Ix* y *Iy* tendrán el mismo valor.

$$eqpr\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) + erpq\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right) = 0$$

$$\frac{eq\,J_r\Omega r}{I_y} - \frac{erJ_r\Omega q}{I_x} = 0$$

$$epqr\left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) = 0$$

$$\dot{V} = e\psi\,\dot{e}\psi + \frac{e_p}{I_z}u_4 + e\theta\,\dot{e}\theta + \frac{eq\,l}{I_y}u_3 + e\phi\,\dot{e}\phi + \frac{erl}{I_x}u_2$$

Ya es posible definir las entradas de control

$$u_2 = \frac{I_x}{l}(-k_1 er - k_2 e\phi)$$
$$u_3 = \frac{I_y}{l}(-k_3 eq - k_4 e\theta)$$
$$u_4 = I_z(-k_5 ep - k_6 e\psi),$$

donde:

$$k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6 > 0$$

Estas ganancias se reemplazan en la derivada de la función de Lyapunov

$$\dot{V} = e\psi\,\dot{e}\psi + \frac{ep}{I_z}[I_z(-k_5 ep - k_6 e\psi)] + e\theta\,\dot{e}\theta$$
$$+ \frac{eq\,l}{I_y}\left[\frac{I_y}{l}(-k_3 eq - k_4 e\theta)\right] + e\phi\,\dot{e}\phi$$
$$+ \frac{erl}{I_x}\left[\frac{I_x}{l}(-k_1 er - k_2 e\phi)\right]$$

$$\dot{V} = e\psi\,\dot{e}\psi - k_5 e^2 p - k_6 e\psi ep + e\theta\,\dot{e}\theta - k_3 e^2 q - k_4 e\theta eq$$
$$+ e\phi\,\dot{e}\phi - k_1 e^2 r - k_2 e\phi er$$

$$\dot{V} = -k_5 e^2 p - (k_6 - 1)e\psi ep - k_3 e^2 q - (k_4 - 1)\,e\theta\,\dot{e}\theta$$
$$- k_1 e^2 r - (k_2 - 1)\,e\phi\,er$$

$$\dot{V} = -(k_5 e^2 p + (k_6 - 1)e\psi ep + k_3 e^2 q +$$
$$(k_4 - 1)\,e\theta\,\dot{e}\theta + k_1 e^2 r + (k_2 - 1)e\phi\,er) \qquad (4)$$

Lo siguiente es representar la ecuación (4) de acuerdo a la siguiente estructura

$$\dot{V} = [e\phi\ er\ e\theta\ eq\ e\psi\ ep]$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_2 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 & k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_6 & k_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e\phi \\ er \\ e\theta \\ eq \\ e\psi \\ ep \end{bmatrix} \qquad (5)$$

Utilizando la ecuación (5) se procede a obtener los eigenvalores

$$s1 = \frac{1}{2}k_5 + \frac{1}{2}\sqrt{{k_5}^2 - 4k_6} > 0$$

$$s2 = \frac{1}{2}k_5 - \frac{1}{2}\sqrt{{k_5}^2 - 4k_6} > 0$$

$$s3 = \frac{1}{2}k_3 + \frac{1}{2}\sqrt{{k_3}^2 - 4k_4} > 0$$

$$s5 = \frac{1}{2}k_1 + \frac{1}{2}\sqrt{{k_1}^2 - 4k_2} > 0$$

$$s6 = \frac{1}{2}k_1 + \frac{1}{2}\sqrt{{k_1}^2 - 4k_2} > 0$$

IV. Resultados de simulación

A. *Ángulos de pitch y roll deseados*

Aplicando en simulación el algoritmo de control propuesto en este artículo y despreciando además perturbaciones internas y externas se procede a comparar ambos controles.

Es importante resaltar las características de este sistema para poder visualizar e interpretar los resultados. No es posible elegir las seis variables de posición y orientación ($x\ y\ z\ \psi\ \theta\ \phi$) como las referencias a seguir sino únicamente cuatro de estas ($x\ y\ z\ \psi$) de donde los valores de los ángulos pitch y roll se obtienen consecuentes a la elección de los valores de estas variables de acuerdo a:

$$U_x = U_1(cos\phi sen\theta cos\psi + sen\phi\ sen\psi\ )/m$$
$$U_y = U_1(cos\phi sen\theta cos\psi - sen\phi\ cos\psi\ )/m$$
$$\phi_{ref} = sen^{-1}\big(m\big(U_x sen\psi - U_y cos\psi\big)/U_1\big)$$
$$\theta_{ref} = sen^{-1}\big(m\big(U_x cos\psi + U_y sen\psi\big)/U_1 cos\phi_{ref}\big)$$

B. *Control PID contra un diseño por técnicas de Lyapunov con referencias variables*

Se pretende visualizar los resultados al introducir señales de referencia que sean variables en el tiempo tanto para la posición $(x\ y\ z)$ como para la orientación (ψ) utilizando un control PID clásico. Con los siguientes parámetros $m = 1.3\ \text{Kg}, I_x = I_y = 0.0159\ \text{Kg m2}, I_z = 0.0297\ \text{Kg m2}, l = 0.26\ \text{m}, A_x = A_y = A_z = A_p = A_q = A_r = 0$

$$x_{ref} = 2\cos\left(\frac{t}{2}\right),\ y_{ref} = 2\,sen\left(\frac{t}{2}\right),\ z_{ref} = 1m,\ \psi_{ref} = 0.8°$$

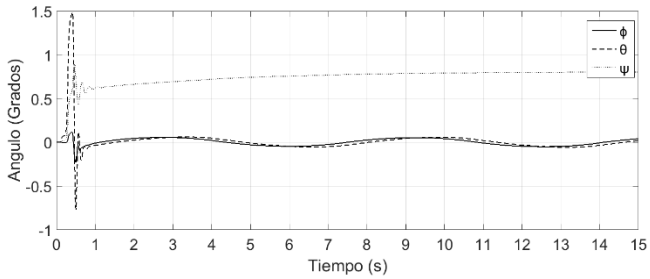

Fig. 3. Posición angular del cuadricóptero con PID

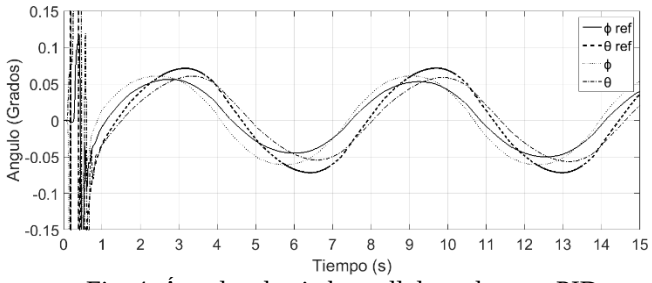

Fig. 4. Ángulos de pitch y roll deseados con PID

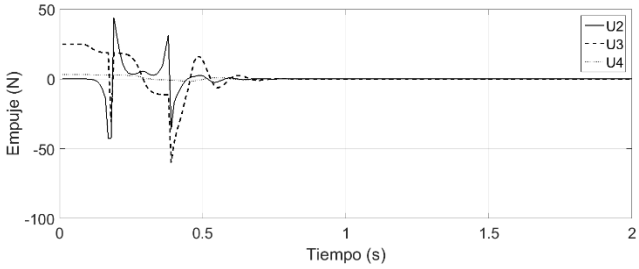

Fig. 5. Comportamiento de las entradas de control con PID

Utilizando el control propuesto del diseño por técnicas de Lyapunov con las mismas señales de referencia empleadas anteriormente para el control PID clásico.

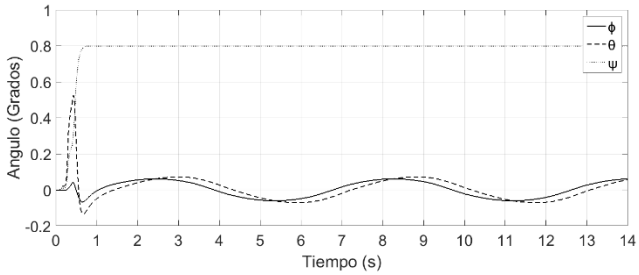

Fig. 6. Posición angular del cuadricóptero con Lyapunov

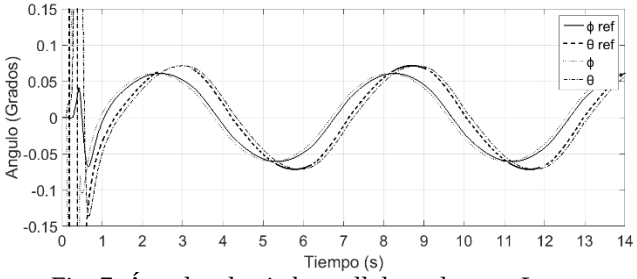

Fig. 7. Ángulos de pitch y roll deseados con Lyapunov

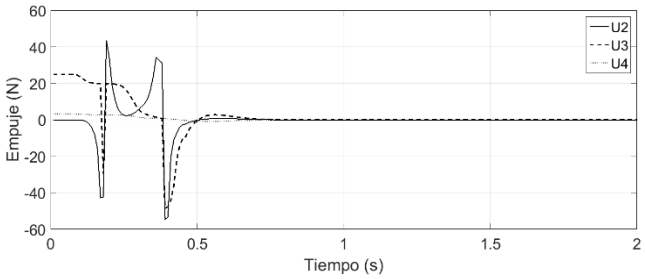

Fig. 8. Comportamiento de las entradas de control con Lyapunov

Con estas simulaciones se puede visualizar el comportamiento que ambos controles desempeñan cuando se ingresa la referencia a seguir, es claro que el PID clásico queda rezagado en comparación al propuesto utilizando un diseño con técnicas de Lyapunov, sobre todo al comparar la figura 3 con la figura 6 donde se visualiza la orientación del cuadricóptero ya que el ángulo de *psi* con el PID clásico dura bastante tiempo en ser alcanzado cerca de cinco segundos esto comparado con el diseño por técnicas de Lyapunov que tarda menos de medio segundo lo cual es mucha diferencia, además las figuras 4 y 7 nos permiten apreciar la capacidad que tienen ambos controles para seguir referencias variables donde también es clara la gran diferencia al utilizar un control no lineal con respecto al PID clásico.

V. Aplicación en tiempo real sobre base giroscópica

Para verificar la efectividad de ambos controles así como para mostrar las diferencias entre ellos, se hace uso de una aplicación en Matlab Simulink para realizar un intercambio de datos entre el cuadricóptero en físico y el software Simulink en tiempo real. Para esto se toman en cuenta los parámetros del cuadricóptero mencionados en la sección anterior y además los valores de las ganancias para el control propuesto se establecen

en *(k1=72.25, k2=17, k3=17)*, Así mismo las ganancias para el control PID clásico se establecen en *(P=5, I=0.12, D=0.05)*.

La base sobre la cual se realiza la siguiente prueba ha sido diseñada con el fin de garantizar el correcto funcionamiento de los controles sin comprometer la seguridad tanto del cuadricóptero como del personal alrededor del mismo. Esta base debido al peso que no está exactamente proporcionado actúa como la perturbación externa al sistema bajo la cual el cuadricóptero debe seguir la referencia senoidal que se introduce.

$$\phi_{ref} = 20\,sin\left(\frac{t}{2}\right),\ \ \theta_{ref} = 20\,cos\left(\frac{t}{2}\right)$$

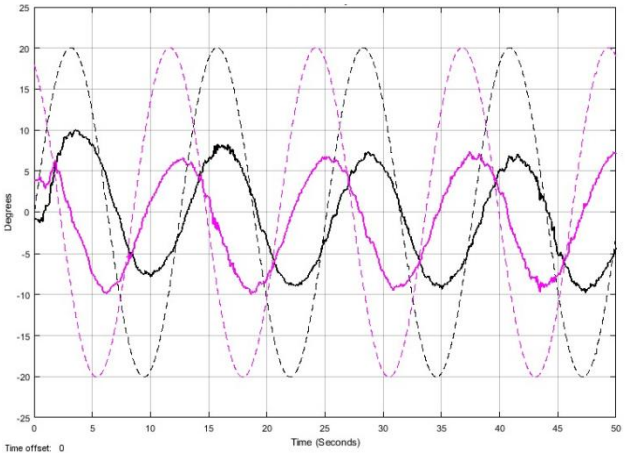

Fig. 9. Ángulos de pitch y roll deseados con PID

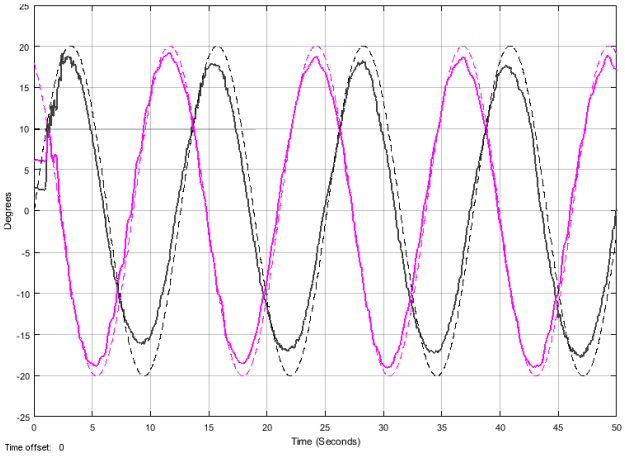

Fig. 10. Ángulos de pitch y roll deseados con Lyapunov

Fig. 11. Base giroscópica de pruebas

La figura 9 y 10 muestran el funcionamiento de los controles PID y el No lineal por el diseño con técnicas de Lyapunov cuando se introduce una referencia senoidal de 20 grados tanto para pitch como para roll las cuales son representadas con las líneas punteadas de color rosa y negro respectivamente, las líneas continuas son los ángulos que el cuadricóptero alcanza en tiempo real.

CONCLUSIONES

En este trabajo hemos presentado dos clases de controles para el seguimiento de trayectoria aplicados a un cuadricóptero sobre una base giroscópica, se trata del PID clásico el cual fue ajustado heurísticamente y un no lineal por medio de un diseño por técnicas de Lyapunov. La robustez de los esquemas de control fue probada con la presencia de perturbación externa e interna. De las pruebas realizadas puede concluirse que aplicando el control no lineal por medio del diseño con técnicas de Lyapunov se obtiene un mejor funcionamiento del sistema para seguir trayectoria y que tal como se muestra en la figura 10 aún bajo la perturbación externa que le genera el peso de la base giroscópica al cuadricóptero es posible alcanzar la referencia o acercarse bastante mejor que el PID clásico el cual se quedó muy alejado de esta. El siguiente paso es realizar pruebas de campo bajo las condiciones que en este se presentan. De este trabajo se comprueba además que el control PID clásico es una buena alternativa para aplicarse en cuadricópteros bajo condiciones básicas pero es necesario un esquema de control más complejo cuando se desea que este realice seguimiento de trayectorias.

REFERENCIAS

[1] V. Mistler, A. Benallegue, and N.K. M'Sirdi., Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback." In Proc. 10th IEEE Int. Workshop on Robot and Human Interactive Communication. 2001, pp. 586-593.

[2] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski., Dynamic modelling and configuration stabilization for an X4-flyer." In Proc. 2002 Int. Federation of Automatic Control Symp. Barcelona, Spain, 2002.

[3] E. Altug, J.P. Ostrowski, and R. Mahony. “Control of a quadrotor helicopter using visual feedback.” In Proc. 2002 IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation. Washington, DC, May 2002, pp. 72–77.

[4] A. Mokhtari and A. Benallegue. “Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial

vehicle. ” IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation. New Orleans, LA, April 2004, pp. 2359–2366.

[5] F. Jurado, A Publications, A.1 Conference paper “Stabilization of a Quadrotor via Takagi-Sugeno Fuzzy Control” In Proc. of the The 12Th World Multi-Conference on Systemics, Cibernetics and Informatics WMSCI 2008, pages 168-173, Orlando, FL, June 2008.

[6] Ch. Chen, Linear System Theory and Design, Saunders Collage Publishing, 1984.

[7] E. N. Sanchez, H. M. Becerra, C. M Velez, Combininig fuzzy, PID and regulation control for an autonomous mini-helicopter, Information Sciences, Vol 177, No. 10, Pages 1999-2022, May 2007.

[8] K. Ogata., Modern Control Engineering, Third edition, Prentice-Hall, New Jersey, 1998.

[9] A. Santamaria, Control no lineal para un vehiculo de despegue y aterrizaje vertical, Master tesis (in spanish), Ciudad Guzman Institute of Technology, 2016.

[10] H. K. Kalil, Nonlinear Systems", Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 1996.