Congr. Int. en Ing. Electrónica. Mem. ELECTRO, Vol. 39, pp. 147-153, Oct 2017, Chihuahua, Chih. México
http://electro.itchihuahua.edu.mx/memorias_electro/MemoriaElectro2017.zip
ISSN 1405-2172

DISEÑO DE REDUCTOR DE CORONA-SINFÍN PARA MÁQUINA DE CORTE DIRECTA UTILIZADA PARA CARACTERIZACIÓN DE MEDIOS GRANULARES

Lui Chavira Adrián Eduardo
Morales Benavides Arturo
Méndez Herrera Carlos Arturo
Instituto Tecnológico de Chihuahua
Departamento de Metal Mecánica
Av. Tecnológico 2909 Col. Magisterial C.P. 31200
Tel. 614-201200 Cel. 614-1109789
e-mail adrian_lui.ch@hotmail.com

RESUMEN.

En el presente trabajo se muestra el procedimiento que se realizó para el cálculo y modelado geométrico de un reductor de velocidad de corona-sinfín, utilizado en un dispositivo de corte directo para la caracterización de material granular. Tomando a consideración los requerimientos descritos en la norma ASTM-D6128 para lograr realizar una prueba de corte de manera confiable. Se muestran los cálculos realizados, para generar modelos geométricos por medio de expresiones o parámetros y el análisis de elementos finitos y un ensamble virtual con la ayuda de un software PLM con la intensión de corroborar las dimensiones y finalmente generar los planos de taller para su fabricación.
Palabras Clave: Diseño, Reductor, Corona-sinfín, Caracterización de material.

ABSTRACT.

This paper shows the procedure used to the design, calculation and 3D modeling of a worm gear speed reducer used in a direct shear device for the characterization of granular material. To do the math of the reducer was considered the requirements described in the ASTM-D6128 standard. Are shown the parameters used to get the solid modeling using expressions, a finite element analysis used and the assembling of components with a PLM software with the purpose to prove calculated dimensions and finally generate fabrication drawings.
Keywords: Design, worm gear, speed reducer

1. INTRODUCCIÓN

En los procesos industriales se maneja una gran variedad de materiales de los cuales la mayoría tienen un estado sólido en forma de partículas o granos. Tan solo en la industria Química el 30% de los procesos utiliza este tipo de materiales [1].

Una de las formas más comunes de manipular y dosificar material granular, es por medio de la gravedad, pero uno de los problemas que se presentan al hacer uso de la fuerza de la gravedad en combinación con un contenedor o tolva, es que las leyes de la mecánica de fluidos no rigen su comportamiento, es decir en ocasiones se puede comportar como un líquido fluyendo libremente y en otras como sólido [2]. Por esta razón, es necesario tener conocimiento de las características del material que se desea manipular, con la finalidad de poder predecir su comportamiento al momento de la descarga desde un contenedor o tolva, en otras palabras, si el material fluirá libremente (flujo másico [3]) o sufrirá de estancamientos (flujo de túnel [3]).

La prueba de corte directo [4] en medios granulares otorga los datos necesarios para determinar las propiedades de falla del material como la cohesión, el ángulo de fricción interna, el ángulo efectivo de fricción interna, el ángulo de fricción con la pared y la función de flujo [5], las cuales describen el comportamiento de un medio granular al momento de la descarga y después de haber estado confinado, consolidado o compactado.

El presente trabajo se enfoca en el cálculo y modelado de un reductor de velocidad, siendo este, uno de los componentes que conforman un dispositivo de corte directo utilizado para la caracterización de material granular.

2. DESARROLLO

Antes de comenzar con el diseño del reductor, es necesario definir algunos términos básicos, así como explicar el funcionamiento y las partes esenciales de una prueba de corte.

2.1. PRUEBA DE CORTE DIRECTO.

El Cuando un material es almacenado dentro de un contenedor o silo, el material que se encuentra en la parte inferior sufre esfuerzos, provocados por el peso del material que se encuentra por encima de él, y al momento de la descarga o dosificación del material, esos esfuerzos pueden provocar que se formen estructuras o arcos en la salida del contenedor, capaces de soportar el material que se encuentra en la parte superior evitando la salida del material.

Para evitar este problema y mantener un flujo continuo del material, es necesario que la resistencia interna del material fc sea menor al esfuerzo S y la manera de asegurarlo es controlando 2 variables críticas el diámetro de salida B de la tolva y el ángulo α que se forma con la pared de la tolva y la vertical como se muestra en la Figura 1. Una prueba de corte directo ofrece los datos necesarios para calcular estas dos variables críticas partiendo de las características del material.

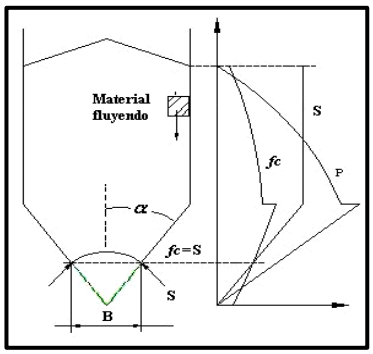

Figura 1. Esfuerzos durante descarga de material granular [5]

Un dispositivo para realizar esta prueba consiste básicamente de 8 partes esenciales que se pueden observar en la Figura 2; (1) un anillo base, (2) un anillo de corte sobre la base**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, (3) una tapa de corte, (4) con un soporte de carga y (5) un perno unido a él. Una carga vertical es aplicada a la tapa por medio de una percha (6) o bastidor equipado con pesas patrón (7) sobre ésta, una fuerza horizontal es aplicada al soporte por medio de un vástago (8) accionado mecánicamente.

La prueba de corte directo con celda Jenike se basa en la norma ASTM D6128 [4] y consiste en comparar la fuerza necesaria para generar inestabilidad en el material cuando éste tiene un cierto nivel de compactación, en otras palabras la fuerza vertical de las pesas produce el esfuerzo de compactación que el material de la parte superior de la tolva genera mientras que se toman lecturas de la fuerza que se necesita para realizar el corte.

La posición inicial de la celda se puede observar en la Figura 2, los ejes de los dos anillos están a una distancia de 3mm. Durante la prueba el anillo de corte se moverá aproximadamente 6mm desde su posición inicial hasta su posición final.

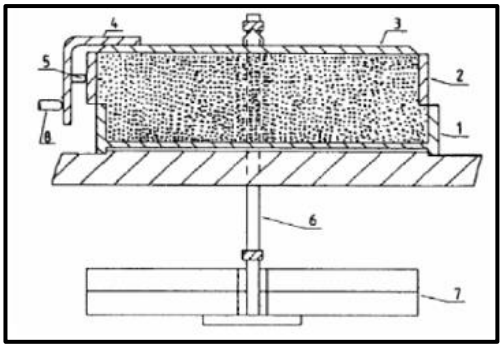

Figura 2. Esquema de una celda de corte [4]

El vástago que realiza el corte del material, debe ser accionado mecánicamente, según la norma deberá moverse a una velocidad lineal constante que puede ser de 1 a 3mm/min y ejercer una fuerza de empuje de hasta 500N, por lo que a partir de estos datos, la configuración de elementos mecánicos que se decidió utilizar, son un motor eléctrico conectado a un reductor de corona-sinfín que a su vez moverá un actuador lineal encargado de hacer avanzar al vástago, en el presente trabajo se presenta el proceso que se utilizó para el diseño del reductor de corona-sinfín.

3. CÁLCULOS PARA EL DISEÑO DEL REDUCTOR.

3.1. Cálculo de velocidades angulares

El Para comenzar el análisis se tomaron en cuenta los datos técnicos del motor que se consideró, el cual otorga una velocidad de 1650 rpm a 60Hz y cuenta con un variador de frecuencia, el cual se utilizará solo para asegurar una velocidad exacta requerida de 1500 rpm.

El actuador lineal, encargado de accionar el vástago y generar el corte, debe tener una velocidad lineal constante y alta precisión, por lo que un actuador lineal con tornillo de bolas Rexroth modelo EMC-032-40 con un paso de 5mm/rev, cubre estos requerimientos iniciales

Partiendo del dato de la velocidad otorgada por el motor, y tomando en cuenta que el actuador lineal tiene un paso de 5mm/rev, se utilizó el siguiente análisis para determinar la velocidad de rotación, necesaria para accionar el actuador.

$$Vla = Via \times P \qquad (1)$$

Donde: Vla es la Velocidad lineal del actuador en mm/min, Via es la velocidad de entrada del actuador en revoluciones por minuto y P es el paso del actuador en mm/rev. Sustituyendo los datos en la ec. (1) se obtiene un valor de 0.6rpm:

Ya que el motor entrega una velocidad de 1630rpm y solo se requieren 0.6rpm es necesario un reductor con una relación muy grande. El reductor de corona-sinfín es el que ofrece la mayor relación de velocidad que cualquier otro tipo, por lo que es la mejor opción para el presente propósito.

Un reductor de corona-sinfín consta de un engrane, con cierto número de dientes, conectado a un tornillo sinfín o gusano como se puede observar en la Figura 3 y cuyos ejes de simetría se encuentran posicionados a 90° uno con respecto del otro [6].

La ec. (2) se utiliza para determinar la velocidad de salida del reductor Vfr en función de la velocidad de entrada Vir, del número de dientes del engrane N y la cantidad de entradas o filetes n del tornillo sinfín

$$Vfr = \frac{Vir \times n}{N} \qquad (2)$$

Considerando que la mayor reducción se logra con un filete en el sinfín, que el número máximo de dientes para un engrane de un reductor de corona-sinfín es 50 [7,8]. Sustituyendo los datos en la ec. (2) obtenemos un valor de 30 rpm.

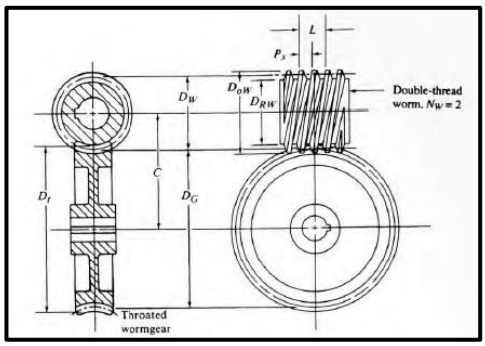

Figura 3. Ensamble de corona-sinfín. [9]

Ya que se requiere una velocidad de 0.6rpm será necesario realizar una configuración de doble reducción, es decir, dos etapas de reducción, con el objetivo de lograr la velocidad deseada, ahora la velocidad de $30rpm$ se considera como la velocidad de entrada obteniendo un valor de $0.6rpm$

3.2. Cargas presentes en reductor

En un reductor de corona y tornillo sinfín, la condición de carga es tridimensional. Afortunadamente los ejes de los dos elementos siempre se cruzan a 90°. Esto significa que la carga tangencial que se aplica sobre el engrane es la carga axial que se aplica sobre el tornillo sinfín, como se puede observar en la Figura 4.

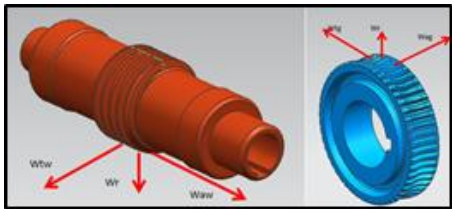

Figura 4. Cargas presentes en un ensamble de corona-sinfín.

Para poder determinar las cargas presentes en el punto de contacto entre el engrane y el tornillo del reductor, es necesario calcular primero el diámetro de paso del tornillo (DP_W) y el diámetro de paso del engrane (DP_G), para lo cual, se definieron cuatro parámetros principales que son el módulo M, con un valor de 1 con la finalidad de que el reductor no sea demasiado grande, ya que el módulo define el tamaño de los dientes del engrane, el diámetro externo del sinfín DE_W con un valor de 25.4mm, el número de dientes del engrane N con un valor de 50 y el número de filetes del sinfín n con un valor de 1, estos últimos con el objetivo de lograr la mayor reducción posible. A partir de estos parámetros y utilizando las ecs. (3,4,5) se obtiene como resultado un valor de 23.4mm para el diámetro de paso del tornillo y de 50mm para el diámetro de paso del engrane.

$$DP_W = DE_W - 2M \tag{3}$$

$$DP_G = \frac{N \times P}{\pi} \tag{4}$$

$$P = M \times \pi \tag{5}$$

Una vez calculados los diámetros de paso, se determinaron las velocidades lineales presentes en el punto de contacto entre el tornillo y el engrane. La velocidad lineal del tornillo sinfín VW tiene una dirección perpendicular al eje del tornillo sinfín y se puede determinar por medio de la ec.(6). La velocidad lineal del engrane(VG) tiene una dirección perpendicular al eje del engrane y se calcula a través de la ec(7), mientras que la velocidad de deslizamiento(Vs) corresponde a la suma resultante de estos dos vectores y se puede determinar por la ec (8), la representación gráfica de las velocidades lineales se pueden observar en la Figura 5 y los resultados al utilizar las ecuaciones anteriormente descritas se muestran en la Tabla 1.

$$V_W = \pi \times DP_W \times rpm_W \tag{6}$$

$$V_G = \pi \times DP_G \times rpm_G \tag{7}$$

$$Vs = \frac{V_W}{\cos\lambda} \tag{8}$$

Donde rpmW es la velocidad angular del tornillo y rpmG es la velocidad angular del engrane o corona.

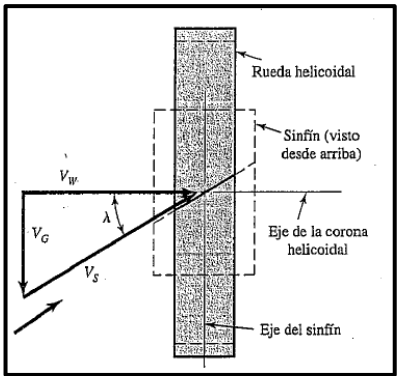

Figura 5. Representación gráfica de velocidades lineales.

Tabla 1.- Resultado de velocidades lineales

Velocidades	Nomenclatura	Resultado
velocidad lineal del tornillo	V_W	121.296m/min
velocidad lineal del engrane	V_G	5.183m/min
velocidad de deslizamiento	Vs	121.4m/min

Ahora que se obtuvieron los resultados de las velocidades lineales es posible comenzar con la determinación de las cargas presentes en el reductor mostradas en la Figura 4.

La ec. (9) [10] se utilizó para determinar la carga axial del tornillo (Waw) que tiene la misma magnitud que la carga tangencial aplicada al engrane (Wtg), la ec (10) describe la carga axial del engrane (Wag) que tiene la misma magnitud que la carga tangencial del tornillo (Wtw), mientras que la ec (11)

se utiliza para determinar la carga radial (Wr) que separa al engrane y al tornillo.

$$Wtg = Waw = W(\cos\phi\cos\lambda - f sen\lambda) \quad (9)$$

$$Wag = Wtw = W(\cos\phi\cos\lambda + f sen\lambda) \quad (10)$$

$$Wr = W sen\phi \quad (11)$$

Donde ϕ es el ángulo de presión, λ es el ángulo de avance y f la fricción que existe entre el tornillo y el engrane

Una manera de calcular la fuerza tangencial del sinfín Wtw es por medio de la potencia entregada por el motor, que en este caso es de 0.55KW o 0.7375HP utilizando la ec. (12).

$$Wtw = \frac{(33000\ lb \bullet ft/\min) \times HP}{V_W} \quad (12)$$

Una vez determinada la carga tangencial del tornillo sinfín fue posible determinar la carga axial del mismo y la carga radial Wr utilizando la ec. (4) para despejar el valor de la carga resultante W y sustituyendo su valor en las ecs. (9, 11). El valor de la fricción f depende de la velocidad de deslizamiento y se puede determinar por medio de la gráfica mostrada en la Figura 6 al utilizar Vs la cual se calculó anteriormente con un valor de $121.4\,m/\min$ o $398.3\,ft/\min$.

Los resultados obtenidos para las cargas presentes en el reductor se muestran en la Tabla 2.

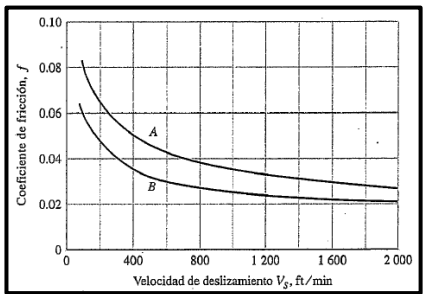

Figura 6. Comparación gráfica entre *Vs* y *f*. [10]

Tabla 2 – Resultado de las cargas en el reductor.

Carga	Nomenclatura	Resultado
Carga tangencial del sinfín	*Wtw*	23.4lb
Carga tangencial del engrane	Wtg	22.93lb
Carga radial	Wr	6.04lb
Carga total	W	24.14lb

Los resultados obtenidos de las cargas se utilizaron para la realización de un análisis de elementos finitos con la finalidad de observar la deformación que sufrirán tanto el engrane como el sinfín, el cual se muestra más adelante.

Un elemento muy importante para el diseño del reductor, son los rodamientos. Realizando un análisis estático se puede observar que, en el presente diseño los rodamientos tendrán que soportar cargas axiales y radiales, por lo que es necesario seleccionar un rodamiento que soporte ambas cargas, Como ya se demostró anteriormente las cargas que soportaran son bajas, además la velocidad angular de los tornillos es relativamente baja, es por estas razones que se seleccionaron rodamientos SKF B7001 de bolas de contacto angular con diámetro interno de 12mm, los cuales soportan tanto carga radial como axial.

4. MODELADO GEOMÉTRICO

Después de realizar el análisis de fuerzas y velocidades, se determinaron las dimensiones finales que tendrían tanto el engrane como el sinfín, ya que a partir de estos componentes se definieron las dimensiones para los demás elementos que conforman al reductor.

El modelado de una pieza, con la ayuda de un software PLM [11] (Product Lifecycle Management) es de gran importancia en cualquier trabajo de diseño que se realice, ya que ayuda al diseñador a planificar, no solo la geometría del producto, sino en todo su ciclo de vida, es decir, su manufactura, ensamble y funcionalidad.

El modelado geométrico es un paso importante para la consolidación del diseño de cualquier elemento mecánico, antes de su fabricación, ya que a partir de ese modelo geométrico es que se realizará cualquier análisis.

Para el presente trabajo se utilizó *NX8* de Siemens [12], el cual es un software con excelentes herramientas que ayudan a la generación de modelos geométricos virtuales de 3 dimensiones, una de ellas es la parametrización o expresiones, que es de mucha utilidad cuando una o varias características del modelo, son dependientes de variables, es decir si al cambiar una parámetro, una dimensión u otra variable se tiene que modificar, esta herramienta lo hace de manera automática sin la necesidad de modificar cada característica por separado.

El primer elemento que se generó es el engrane o corona del reductor, las Figura 7 yFigura **8** representan los trazos y dimensiones que se utilizaron para generarlo tomando en cuenta las ecs. (13-24) como parámetros para crear las expresiones.

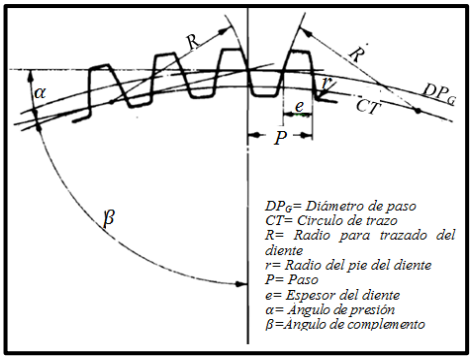

Figura 7. Trazos para dientes del engrane. [9]

$$R = \frac{DP_G}{8} \quad (13)$$

$$CT = 0.96815 \times DP_G \quad (14)$$

$$r = 0.3 \times M(máximo) \quad (15)$$

$$\alpha = sen^{-1}\left(\frac{M}{DP_G}\right) \quad (16)$$

$$L_{(avance)} = P \times n \quad (17)$$

$$\lambda = \tan^{-1}\left(\frac{L_{(avance)}}{\pi \times DP_W}\right) \quad (18)$$

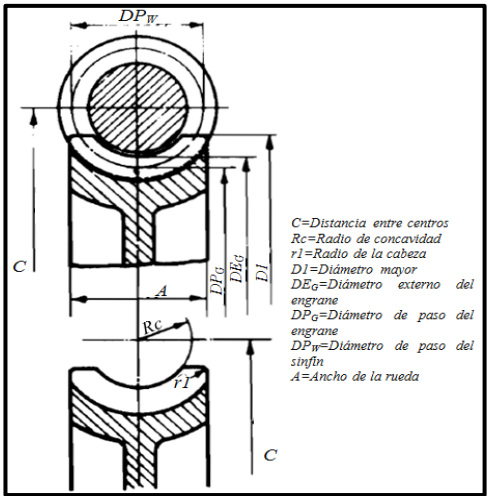

Figura 8. Dimensiones del engrane. [9]

$$DE_G = (N+2) \times M \quad (19)$$

$$D1 = DE_G + 0.4775\,P \quad (20)$$

$$C = \frac{DP_G + DP_W}{2} \quad (21)$$

$$Rc = (0.5 \times DP_W) - M \quad (22)$$

$$A = 2.38\,P + 6mm \quad (23)$$

$$r1 = 0.25\,P \quad (24)$$

Una de las ventajas de realizar el modelado por medio de expresiones, es que si en algún futuro se debe generar o realizar algún cambio en el diseño, solo será necesario cambiar los parámetros principales que son el número de dientes *N*, el módulo *M*, el diámetro externo DE_W y el número de filetes del sinfín *n*. La Figura 9 (b) muestra el engrane con los parámetros que se definieron en un principio y (a) muestra cuando se modifica a 38 dientes.

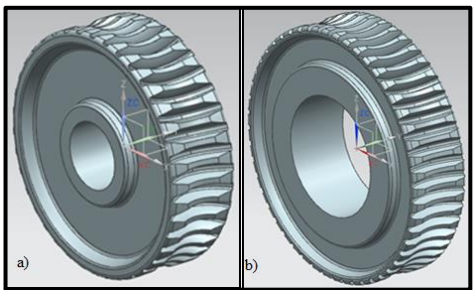

Figura 9. Modelo del engrane generado con expresiones.

Con este mismo objetivo y haciendo uso de esta herramienta se generó el modelado del sinfín, tomando en cuenta la información de las Figura 10, Figura **11**) aplicando las ecs. (25-35), la Figura 12 muestra el modelo del tornillo sinfín obtenido.

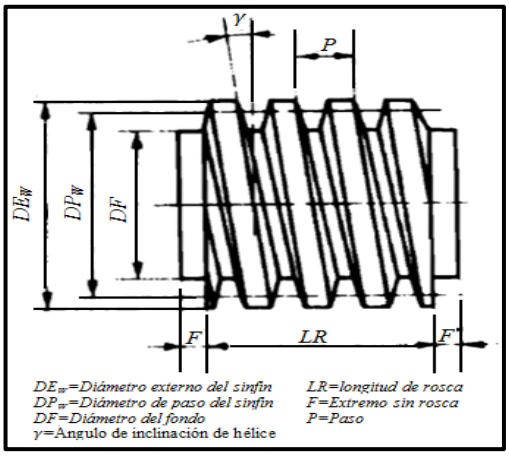

Figura 10. Dimensiones de tornillo sinfín. [9]

$$DF = DE_W - 2h \quad (25)$$

$$LR = P\left(4.5 + \frac{N}{50}\right) \quad (26)$$

$$F = P \quad (27)$$

$$\gamma = \tan^{-1}\frac{M}{DP_W} \quad (28)$$

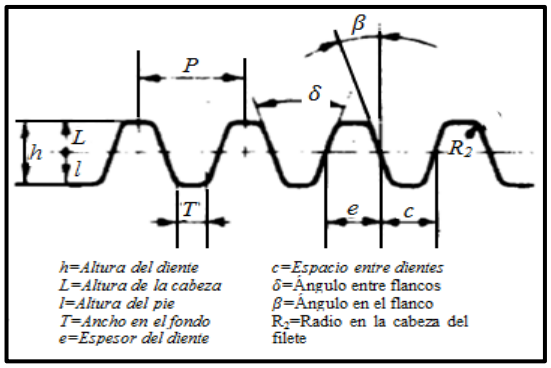

Figura 11 Trazos para dientes del tornillo sinfín [9]

$$h = 2.187 \times M \quad (29)$$

$$L = 0.318 \times P \quad (30)$$

$$l = h - L \quad (31)$$

$$\beta = 14.5° \quad (32)$$

$$e = c = \frac{p}{2} \quad (33)$$

$$R2 = 0.05 \times P \quad (34)$$

$$T = \left(\frac{P \times \cot g\beta}{4} - l \right) \times 2 \times tg\beta \quad (35)$$

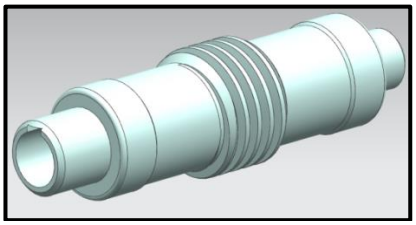

Figura 12. Modelo del sinfín generado con expresiones

Partiendo de estos dos elementos se elaboraron los modelos de los demás componentes necesarios para el reductor de velocidad, uno de ellos es la carcasa, la cual se decidió diseñar en dos partes, una parte inferior que servirá como depósito para el aceite lubricante mostrada en la Figura 13 (a), y una superior para sujetar los componentes internos del reductor, como se puede observar en la Figura 13 (b), con el objetivo de que el ensamble y desensamble del reductor se realice de manera fácil.

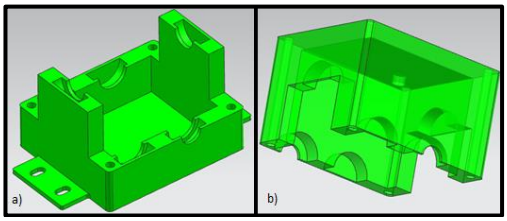

Figura 13. Modelo geométrico de la carcaza

4.1. Cargas presentes en reductor

Una vez realizados los modelos geométricos con sus medidas previamente validadas y las cargas presentes, fue posible realizar un análisis de elementos finitos con la ayuda del software NX Nastran de Siemens siguiendo los siguientes pasos.

Para el análisis del engrane, lo primero que se realizó fue asignarle material de bronce, con la ayuda de la biblioteca interna con la que cuenta el software, después se generó una malla con elementos tetraédricos de 10 nodos y un tamaño de 2mm cada elemento como se puede observar en la Figura 14.

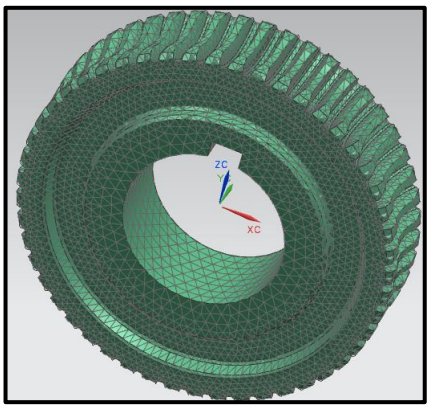

Figura 14. Mallado del engrane o corona.

Una vez que se generó la malla fue posible asignar las fuerzas calculadas anteriormente. Es decir se colocó una fuerza vertical de 6.04lb, una horizontal y tangencial al engrane de 22.93lb y otra fuerza axial con un valor de 23.4lb, las tres sobre el diente del engrane, exactamente en el punto de contacto entre el engrane y el sinfín como se puede observar en la Figura 15.

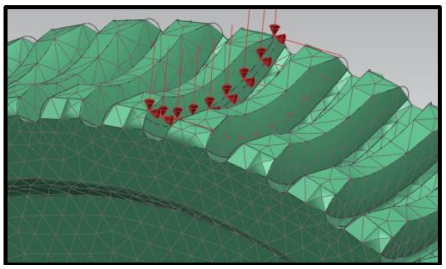

Figura 15. Cargas en el diente del engrane

El engrane del reductor tendrá una cuña cuadrada por lo que se colocaron restricciones de movimiento en la parte del cuñero como se muestra en la Figura 16.

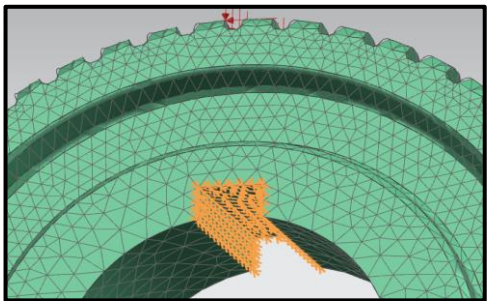

Figura 16. Sujeción del engrane.

Como resultado del análisis se obtuvo que la deformación máxima es de 0.003mm, sobre el diente del engrane mientras que el esfuerzo máximo de Von-Mises es de 70MPa, ya que el esfuerzo de cedencia del bronce es aproximadamente 260MPa tenemos un factor de seguridad de 3.7. Estos resultados se muestran en la Figura 17.

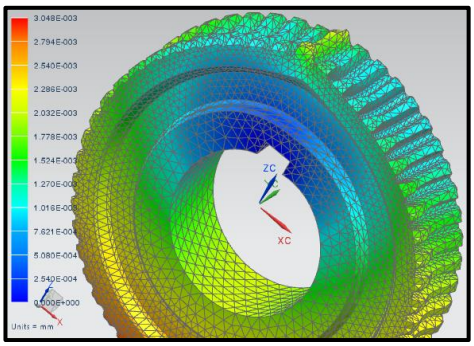

Figura 17 Desplazamiento nodal

4.2. Ensamble y simulación de movimiento

Una vez generados los modelos geométricos del reductor, se realizó un ensamble virtual con el objetivo de verificar que las dimensiones que se determinaron para los componentes fueran correctas, además de una simulación de movimiento, para poder observar el comportamiento de los elementos al trabajar en conjunto. El ensamble del reductor sus componentes se puede observar en la Figura 18.

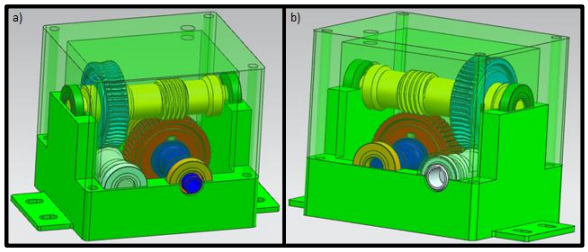

Figura 18. Ensamble virtual del reductor.

5. RESULTADOS

Finalmente después de haber realizado cada uno de los modelos geométricos su ensamble y simulación, se generaron los planos de taller de cada uno de ellos, así como una lista de componentes con la información necesaria para la fabricación de los mismos. Un ejemplo de estos planos se muestra en la Figura 19

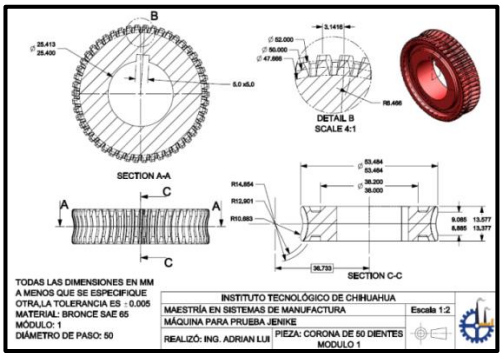

Figura 19. Plano de taller para corona de 50 dientes.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

El diseño que se logró plantear para el reductor de velocidad, tiene las características que se requieren para cubrir las necesidades planteadas por la norma ASTM-D6128, ya que el diseño del mismo partió de dichas restricciones.

Se logró corroborar los datos calculados por medio del software PLM a través de los análisis de elementos finitos, los cuales arrojaron resultados positivos para que el reductor fuera lo suficientemente robusto para soportar la carga que el motor ejercerá sobre los elementos del reductor obteniendo un factor de seguridad bastante alto.

Una de las ventajas que se pueden resaltar sobre el presente trabajo es que cada uno de los modelados geométricos y ensambles virtuales, se realizaron siempre pensando en los cambios futuros posibles del reductor, es decir que el presente diseño no se encuentra cerrado a cambios y si en un futuro fuera necesario cambiar alguna dimensión del reductor, sería posible realizarlo únicamente cambiando los parámetros principales del diseño.

Cabe señalar que el presente trabajo tiene como objetivo a futuro próximo fabricar el reductor y utilizarlo en un dispositivo de corte directo.

REFERENCIAS

[1] P.A. Shamlov, *Handling of bulk solids*. Londres: Butter worths, 1988.

[2] Stepanoff, *Gravity flow of bulk solids and transportation of solids in suspension*. United State of America: Wiley, 1969.

[3] I Ballas, "Flujo y atascos de un medio granular en la descarga de silos," Pamplona, España, 2005.

[4] ASTM, "Standard Shear Test Method For Bulk Solid Using The Jenike Shear Cell," NORMA D6128-97 1997.

[5] L. M. Palacios P., A. Escamilla M., L.M. Espinoza N., and F. Cruz H., "Dispositivo de Corte Directo Para La Caracterización De Materiales Granulares," Instituto Tecnológico de Pachuca, Obregón, Sonora, México, Memoria del XV congreso anual de la SOMIM 2009.

[6] Spotts M. F. and SHOUP T. E., *diseño de elementos de máquinas*, 7th ed.: Prentice Hall, 1998.

[7] Robert L. Mott, *Machine Elements in Mechanical Design*, 4th ed.: Pearson Prentice Hall.

[8] J. D. Helsel, D. R. Short Cecil Jensen, *Dibujo y Diseño en Ingeniería*, 6th ed. México: Mc Graw-Hill, 2004.

[9] A. L. CASILLAS, *Máquinas, Cálculos de taller*, 40th ed. España, 2008.

[10] C. R. Mischke J. E. Shigley, *Diseño en Ingeniería Mecánica*, 6th ed.: Mc Graw Hill.

[11] Serope Kalpakjian and R Schmid, *Manufactura, Ingeniería y Tecnología*, Quinta ed., Luis Miguel Cruz Castillo, Ed. México: Pearson, 2007.

[12] Sham Tickoo, *NX 8 For designers*. USA: CADCIM Technologies, 2012.