Congr. Int. en Ing. Electrónica. Mem. ELECTRO, Vol. 39, pp. 32-38, Oct 2017, Chihuahua, Chih. , México
http://electro.itchihuahua.edu.mx/memorias_electro/MemoriaElectro2017.zip
ISSN 1405-2172

METODOLOGÍA PARA OBTENCIÓN DE MODELO GREY PARA LA PREDICCIÓN DE TEMPERATURA EN INVERNADERO

Jesús Leonel Arce Valdez*, Osbaldo Aragón Banderas*, Jesús Manuel Blanco Berumen*, José Antonio Martínez Rivera**

*Instituto Tecnológico Superior de la Región de los Llanos (ITSRLL)
Calle Tecnológico #200 Ote. Guadalupe Victoria, Durango
CP. 34700
Tel: (676) 882-37-12
**Instituto Tecnológico de Durango
Departamento de Ing. Eléctrica y Electrónica
Felipe Pescador 1830 Ote. Col. Nueva Vizcaya Durango, Dgo. México
C.P. 34080
Tel 618 8172303
Email: foreleo15@hotmail.com

RESUMEN

La teoría de sistemas Grey es una técnica poco estudiada, pero que ha enriquecido al mundo de la identificación y modelado de procesos, identificando sistemas no lineales se basa en la información incierta ejemplificada en la incertidumbre estocástica, parcial y aproximada, donde los datos son analizados por medio de algoritmos con el fin de lograr una predicción del comportamiento de un sistema. La ventaja de usar esta teoría es obtener una aproximación genérica del comportamiento de un proceso a identificar, técnica que se utiliza exitosamente para la predicción de valores en variables a partir de datos históricos, en el caso de que no se disponga de modelos matemáticos confiables del sistema. En este trabajo se presentan modelos GM (1,3) y GMC (1,3) que se basa en la mencionada teoría para realizar predicciones sobre la temperatura en el interior de un invernadero.

Palabras clave: Grey, invernadero, metodología, modelo, predicción.

1. INTRODUCCIÓN

La teoría de los sistemas Grey, establecida por Julong Deng en 1982, es una nueva metodología que se centra en el estudio de los problemas relacionados con muestras pequeñas y pobres de información. Se trata de sistemas inciertos con información parcialmente conocida a través de la generación, la obtención, y extracción de información útil de lo que es disponible. Así comportamientos operacionales de sistemas y de sus leyes de la evolución pueden ser descritos correctamente y realizar un control efectivo de ellos. En el mundo real, sistemas inciertos con muestras pequeñas y pobres en información existe comúnmente. Este hecho determina la amplia gama de aplicabilidad de la teoría de sistemas Grey.

México es nuevo en producción bajo invernadero, ha sabido aprovechar las tecnologías de punta generadas en Estados Unidos, España, los Países Bajos, Francia, Canadá e Israel, entre otros. En el país existen alrededor de 20 mil hectáreas bajo agricultura protegida de las cuales aproximadamente 12 mil son de invernadero y las otras 8 mil corresponden a malla sombra y macro túnel principalmente. El 50% de la superficie con agricultura protegida se concentra en cuatro estados: Sinaloa (22%), Baja California (14%), Baja California Sur (12%) y Jalisco (10%). Los principales cultivos que se producen bajo agricultura protegida son el jitomate (70%), pimiento (16%), pepino (10%). En los últimos años se ha intensificado la diversificación de cultivos como la papaya, fresa, chile habanero, flores, plantas aromáticas [1].

Los principales proveedores de invernaderos en México, son EUA los Países Bajos, Francia, Israel, Canadá y España. Los proveedores extranjeros ofrecen principalmente tecnología media-alta, aunque España también tiene fuerte presencia en tecnologías bajas, y los Países Bajos en tecnologías altas. En cuanto a la oferta mexicana, los fabricantes de invernaderos están en general enfocados en tecnología baja [2].

Mediante un monitoreo de las variables climáticas se puede investigar la diferencia entre el control óptimo y el clima real en el invernadero. Cuando estas diferencias son considerables, adecuaciones al invernadero y control del clima son necesarias. En primer lugar, se puede mejorar la construcción del invernadero, por ejemplo, modificar su orientación, tamaño y forma, el tamaño de las ventilas, etc. Cuando no se puede solucionar el problema se tienen que usar sistemas de climatización tales como calefacción, ventiladores para extraer el aire, sistemas de nebulización o de un muro húmedo.

El presente trabajo está centrado en la obtención de un modelo Grey para la predicción de temperatura del aire de invernadero, la cual dará solución a la necesidad de modelos matemáticos confiables que serán usados para

diseñar los sistemas de control que se aplicarán en los invernaderos.

2. OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL: Determinar un modelo dinámico Grey para predecir el comportamiento de la temperatura del aire en el interior de un invernadero tomando como variables de entrada la temperatura, humedad relativa dentro y fuera del invernadero, así como la velocidad y dirección del viento fuera de él.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Diseñar experimentos con diferentes sensores para medir las variables que se utilizaran, como también experimentar con los protocolos de comunicación a utilizar.
- Construir estaciones meteorológicas de prototipo con la finalidad de probar su funcionalidad.
- Construir las estaciones meteorológicas a utilizar e ir recabando datos en forma de series de tiempo.
- Con la base de datos recopilada, seleccionar la información a utilizar, y generar con ella nuestro modelo Grey (n, m).
- Comprobar o validar el modelo Grey (n, m)

3. DESARROLLO

3.1 Antecedentes

Un modelo Grey puede predecir los valores futuros de una serie de tiempo basadas solamente en un conjunto de datos más recientes en función del tamaño de la ventana del predictor. Se supone que todos los valores de datos para ser utilizado en modelos Grey son positivos, y la frecuencia de muestreo de la serie temporal es la adecuada. Desde el punto de vista más simple, los modelos Grey que serán formulados a continuación se pueden ver como los enfoques de ajuste de curvas.

La tarea de la teoría de sistemas Grey es extraer de manera realista de las leyes que rigen el sistema utilizando los datos disponibles. Este proceso que se conoce como la generación de la secuencia Grey [3].

3.2 Modelo GM (N, M)

En teoría de sistemas Grey, GM (n, m) denota un modelo Grey, donde “n” es el orden de la ecuación de diferencia y “m” es el número de variables.

Aunque se pueden mencionar varios tipos de modelos Grey, la mayoría de los investigadores anteriores se han centrado su atención en GM (1,1), debido a su eficiencia computacional. Cabe señalar que, en aplicaciones en tiempo real, la carga computacional es el parámetro más importante después del rendimiento. [4].

3.3 El modelo grey de predicción existente GM (1, N)

Los pares de observaciones ($X_1(0)$, $X_2(0)$ …, Xn(0)) de un determinado sistema dinámico ($X_2(0)$, $X_3(0)$,…, Xn(0)) y una salida $X_1(0)$ se supone que están disponibles a intervalos equidistantes de tiempo. Con el fin de mostrar que los cambios en $X_1(0)$ tienden a anticiparse por los cambios en b2 Deng [5] sugiere que los sistemas dinámicos discretos pueden ser representados por la ecuación diferencial Grey.

$$\begin{aligned}\frac{dX_1^{(1)}(rp+t)}{dt} + b_1X_1^{(1)}(rp+t) \\ = b_2X_2^{(1)}(t) + b_3X_3^{(1)}(t) + \cdots \\ + b_nX_n^{(1)}(t), \quad t = 1, 2, \dots, r\end{aligned} \tag{1}$$

Donde

$$X_1^{(1)}(rp+t) = \sum_{i=rp+1}^{rp+t} X_1^{(0)}(i), \quad t = 1, 2, \dots, r \tag{2}$$

y

$$\begin{aligned}X_j^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^{t} X_j^{(0)}(i), \quad t = 1, 2, \dots, r\,; j \\ = 2, 3, \dots n \ [3]\end{aligned} \tag{3}$$

Son la serie 1-AGO de X1(0) y Xj(0), j = 2, 3, …, n respectivamente, r es el número de entradas para la construcción de modelos, rp es un período de retraso y b1, b2, …, bn son los parámetros del sistema a estimar. La derivada Grey de primer orden AGO con datos en (1) se representa convencionalmente como.

$$\begin{aligned}\frac{dX_1^{(1)}(rp+t)}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{X_1^{(1)}(rp+t+\Delta t) - X_1^{(1)}(rp+t)}{\Delta t} \\ = X_1^{(1)}(rp+t+1) - X_1^{(1)}(rp+t) \\ = X_1^{(0)}(rp+t+1)\end{aligned} \tag{4}$$

La solución de mínimos cuadrados para los parámetros del modelo de GM (1, m) en (1) de t para 1 a r es

$$[b_1, b_2, \dots, b_n]^T = (B^TB)^{-1}B^TY_R \tag{5}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\left(X_1^{(1)}(rp+1) + X_1^{(1)}(rp+2)\right), & X_2^{(1)}(2), & X_3^{(1)}(2), & \cdots & X_n^{(1)}(2) \\ -\frac{1}{2}\left(X_1^{(1)}(rp+2) + X_1^{(1)}(rp+3)\right), & X_2^{(1)}(3), & X_3^{(1)}(3), & \cdots & X_n^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{2}\left(X_1^{(1)}(rp+r-1) + X_1^{(1)}(rp+r)\right), & X_2^{(1)}(r), & X_3^{(1)}(r), & \cdots & X_n^{(1)}(n) \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$Y_R = \left[X_1^{(0)}(rp+2), X_1^{(0)}(rp+3), \dots\dots X_1^{(0)}(rp+r)\right]^T \quad (7)$$

Entonces, los valores de modelado 1-AGO de la serie predictiva se obtienen como

$$\hat{X}_1^{(1)}(rp+t) = \left[X_1^{(0)}(rp+1) - \frac{1}{b_1}\sum_{i=2}^{n} b_i X_i^{(1)}(t)\right] \times e^{-b_1(t-1)} + \frac{1}{b_1}\sum_{i=2}^{n} b_i X_i^{(1)}(t), \quad t = 2,3,\dots. \; r+rf \quad (8)$$

Para (8), y mediante la operación de generación inversa acumulada de primer orden (1-IAGO) de $\hat{X}_1^{(1)}$, el valor de modelado $\hat{X}_1^{(0)}$ puede derivarse como.

$$\hat{X}_1^{(0)}(rp+1) = \hat{X}_1^{(1)}(rp+1) = X_1^{(0)}(rp+1) \quad (9)$$

$$\hat{X}_1^{(0)}(rp+t) = \hat{X}_1^{(1)}(rp+t) - \hat{X}_1^{(1)}(rp+t-1), \quad t = 2,3,\dots\dots,r+rf \quad (10)$$

Donde rf es el número de entradas que se predicen. [6]

3.4 Representación del modelo GMC (1, N)

El modelo GMC (1, n) tiene un término adicional u como el parámetro de control Grey de GM (1,1), además de los mismos términos de la GM (1, n). GMC (1, m) puede degenerar en GM (1,1) para el caso especial m = 1. Por lo tanto, la representación de GMC (1, n) se convierte en la ecuación diferencial lineal

$$\frac{dX_1^{(1)}(rp+t)}{dt} + b_1 X_1^{(1)}(rp+t) = b_2 X_2^{(1)}(t) + b_3 X_3^{(1)}(t) + \cdots + b_n X_n^{(1)}(t) + u, \quad t = 1,2,\dots,r+rf \quad (11)$$

$$X_1^{(1)}(rp+t) = \sum_{i=rp+1}^{rp+t} X_1^{(0)}(i), \quad t = 1,2,\dots,r \quad \text{y} \quad X_j^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^{t} X_j^{(0)}(i), \quad t = 1,2,\dots,r; j = 2,3,\dots.n$$

son los datos de 1-AGO de $X_1^{(0)}$ y $X_j^{(0)}$, $j = 2,3,\dots\dots,n$ respectivamente, r es el número de entradas para la construcción de modelos. [6].

3.5 La evaluación de los parámetros $b_1, b_2, \dots\dots, b_n$ y u

GMC (1, n) se representa por [4] en la que $X_1^{(0)}$ es la serie predictiva, $X_j^{(0)}$, $j = 2,3,\dots\dots,n$ es la serie asociada, b_1 y u son el coeficiente de desarrollo y el parámetro de control Grey, respectivamente, y b_j, $j = 2,3,\dots\dots,n$ son los coeficientes asociados correspondientes a la serie asociada $X_j^{(0)}$, $j = 2,3,\dots\dots,n$ respectivamente.

La derivada Grey para la ecuación diferencial de primer orden Grey con 1-AGO se representa convencionalmente como

$$\frac{dX_1^{(1)}(rp+t)}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{X_1^{(1)}(rp+t+\Delta t) - X_1^{(1)}(rp+t)}{\Delta t} \quad (12)$$

$$\frac{dX_1^{(1)}(rp+t)}{dt} = \frac{\Delta X_1^{(1)}(rp+t)}{\Delta t} = X_1^{(1)}(rp+t+1) - X_1^{(1)}(rp+t) = X_1^{(0)}(rp+t+1) \quad (13)$$

cuando $\Delta t \to 1$. El valor de anterior de $\frac{dX_1^{(1)}(rp+t)}{dt}, X_1^{(1)}(rp+t+1)$, se toma como la media de $X_1^{(1)}(rp+t)$ y $X_1^{(1)}(rp+t+1)$ y los de la b_2 como la serie asociada también se toman como las medias de $X_j^{(1)}(t)$ y $X_j^{(1)}(t+1), j = 2,3,\dots.,n$ respectivamente, en la determinación de los parámetros del modelo por GMC (1, n). La solución de mínimos cuadrados para los parámetros del modelo GMC (1, n) en (1) de t para 1 a r es.

$$[b_1, b_2, \dots\dots, b_n, u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_R \quad (14)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\left(X_1^{(1)}(rp+1) + X_1^{(1)}(rp+2)\right), & \frac{1}{2}\left(X_2^{(1)}(1) + X_2^{(1)}(2)\right), & \cdots \frac{1}{2}\left(X_n^{(1)}(1) + X_n^{(1)}(2)\right) 1.0 \\ -\frac{1}{2}\left(X_1^{(1)}(rp+2) + X_1^{(1)}(rp+3)\right), & \frac{1}{2}\left(X_2^{(1)}(2) + X_2^{(1)}(3)\right), & \cdots \frac{1}{2}\left(X_n^{(1)}(2) + X_n^{(1)}(3)\right) 1.0 \\ \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \quad \vdots \\ -\frac{1}{2}\left(X_1^{(1)}(rp+r-1) + X_1^{(1)}(rp+r)\right), & \frac{1}{2}\left(X_2^{(1)}(r-1) + X_2^{(1)}(r)\right), & \cdots \frac{1}{2}\left(X_n^{(1)}(3) + X_n^{(1)}(4)\right) 1.0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$Y_R = \left[X_1^{(0)}(rp+2), X_1^{(0)}(rp+3), \dots\dots X_1^{(0)}(rp+r)\right]^T \quad (16)$$

La evaluación de f (t) Para resumir el lado derecho de (1) se tiene la función discreta f (t) que es.

$$f(t) = b_2 X_2^{(1)}(t) + b_3 X_3^{(1)}(t) + \cdots + b_n X_n^{(1)}(t) + u, \quad t = 1,2,\dots\dots,r+rf \quad (17)$$

3.6 La evaluación de $\hat{x}_1^{(0)}$

El valor de modelado de serie de predicción 1-AGO puede derivarse de la condición inicial $\hat{x}_1^{(1)}(rp+1) = X_1^{(1)}(rp+1)$ como

$$\hat{X}_1^{(1)}(rp+1) = X_1^{(1)}(rp+1) e^{-b_1(t-1)} + \int_1^t e^{-b_1(t-1)} f(\tau) d\tau \quad (18)$$

debido a que el diferencial de la (11) es lineal. Los valores de modelado de la serie original $X_1^{(1)} = (i)$ serán los datos 1-IAGO de la serie $\hat{x}_1^{(1)}$ en (18).

Los valores de modelado $X_1^{(0)}(i)$, por tanto, reflejan la respuesta general, respectivamente, de los factores relativos caracterizadas por la serie asociada y el sistema de energía generalizada en sí. Se obtiene

$$\hat{X}_1^{(1)}(rp+1) = X_1^{(1)}(rp+1) = X_1^{(0)}(rp+1) \quad (19)$$

$$\hat{X}_1^{(1)}(rp+t) = X_1^{(0)}(rp+1)e^{-b_1(t-1)} + \frac{1}{2} \times e^{-b_1(t-1)} \times f(1) + \sum_{\tau=2}^{t-1}\left[e^{-b_1(t-\tau)} \times f(\tau)\right] + \frac{1}{2} \times f(t), \quad t = 2, 3, \ldots, r + rf + rf$$

si el segundo término en el lado derecho en (18) se evalúa aproximadamente por la regla trapezoidal. La aplicación de 1-IAGO a en $\hat{X}_1^{(1)}$ en la eq. (19) se tienen los siguientes valores de whitening como previsiones

$$\hat{X}_1^{(1)}(rp+1) = \hat{X}_1^{(1)}(rp+1) = X_1^{(0)}(rp+1) \quad (20)$$

y

$$\hat{X}_1^{(0)}(t) = \hat{X}_1^{(1)}(t) - \hat{X}_1^{(1)}(t-1), \quad t = rp+2, rp+3, \ldots, r + rp + rf \quad (21)$$

Asumir los parámetros $b_1, b_2, \ldots. b_n$ y u en (11) es constantes para el período posterior a la muestra. Utilizando los datos posteriores a la muestra y su combinación con los datos que se dan de la serie asociada correspondiente, como la serie de entrada, se obtienen las previsiones correspondientes o los valores de medición indirecta de la serie predictiva [6]

3.7 La exactitud del modelo de predicción grey existente GM (1, N)

Se puede emplear el porcentaje de la raíz de error cuadrático medio (root mean squared percentage error RMSPE), respectivamente, para el periodo anterior a la muestra (RMSPEPR) y el período posterior a la muestra (RMSPEPO) [6].

$$RMSPEPR = \sqrt{\frac{1}{r}\sum_{t=rp+1}^{rp+r} \frac{\left[\hat{X}^{(0)}(t) - X^{(0)}(t)\right]^2}{[X^{(0)}(t)]^2}} \times 100(\%) \quad (26)$$

$$RMSPEPO = \sqrt{\frac{1}{rf}\sum_{t=rp+r+1}^{rp+r+rf} \left[\hat{X}^{(0)}(t) - X^{(0)}(t)\right]^2 / [X^{(0)}(t)]^2} \times 100(\%) \quad (27)$$

3.8 Obtención del modelo Grey GM (1, n) y GMC (1, n)

La predicción se puede realizar por el modelo de predicción Grey GM (1, n) y el modelo de predicción Grey con integral convolución GMC (1, n).

En este caso se usan los modelos de predicción Grey GM (1,3) y GMC (1,3), usando como datos de origen (serie asociada) la temperatura y humedad interna además del grado de luminosidad en un invernadero. Hay 48 muestras de observaciones mostradas en la tabla 1 correspondientes a las mediciones de los días 1 y 2 de octubre del 2015, dichas mediciones se realizaron en intervalos de una hora. Las primeras 24 observaciones se emplean para el modelo de ajuste y las últimas 24 observaciones están reservados para las comparaciones post-muestra. Los procedimientos y resultados son los siguientes:

Tabla 1. Mediciones correspondientes en intervalos de una hora.

HORA 1 OCT	TEMP $X_1^{(0)}(i)$	HUM $X_2^{(0)}(i)$	LUM $X_3^{(0)}(i)$	HORA 2 OCT	TEMP $X_1^{(0)}(i)$	HUM $X_2^{(0)}(i)$	LUM $X_3^{(0)}(i)$
00:00	14.34	44.55	0.78	00:00	14.13	39.49	39.10
01:00	14.45	45.78	0.78	01:00	14.23	39.77	39.37
02:00	14.78	46.06	0.78	02:00	14.59	39.77	39.37
03:00	14.98	50.19	0.78	03:00	14.72	39.75	39.35
04:00	15.02	50.99	0.78	04:00	15.82	45.45	45.00
05:00	15.32	51.42	0.78	05:00	16.93	50.45	49.95
06:00	15.73	52.12	1.58	06:00	16.98	52.66	52.13
07:00	15.93	53.29	30.45	07:00	16.23	52.11	51.59
08:00	16.02	54.16	40.67	08:00	17.43	52.93	52.40
09:00	16.94	55.17	50.34	09:00	17.1	54.3	53.76
10:00	17.01	57.32	80.35	10:00	17.77	54.8	54.25
11:00	18.52	61.02	85.34	11:00	18.5	55.48	54.93
12:00	20.02	62.01	90.43	12:00	21.44	56.08	55.52
13:00	22.25	62.29	90.54	13:00	22.93	58.07	57.49
14:00	23.82	64.9	90.34	14:00	23.26	60.8	60.19
15:00	23.34	63.01	90.65	15:00	24.79	61.94	61.32
16:00	22.25	62.76	80.45	16:00	24.88	60.47	59.87
17:00	22.18	62.32	50.76	17:00	22.55	55.58	55.02
18:00	18.46	57.91	40.56	18:00	19.64	54.46	53.92
19:00	16.59	53.76	30.56	19:00	16.05	50.58	50.07
20:00	15.38	51.06	1.34	20:00	16.27	47.26	46.79
21:00	15.91	47.38	0.78	21:00	14.24	45.12	44.67
22:00	14.59	45.84	0.78	22:00	14.36	42.98	42.55
23:00	14.02	39.79	0.74	23:00	13.98	40.53	40.12

4. RESULTADOS

El uso de la metodología Grey para obtener un modelo matemático nace de la necesidad de modelar sistemas que en esencia no cuentan con un gran número de información o hasta cierto punto está limitada por las características del propio sistema. Al hacer un estudio del estado del arte del tema se observa que el uso y aplicación de la misma ha sido de gran aceptación en el ámbito de la investigación científica en el mundo, sin embargo, en nuestro contexto la aplicación de esta metodología es poco. En este caso se usa la metodología Grey para la obtención de un modelo matemático de la temperatura del aire en invernadero, ya que las características de un invernadero son que sus variables se controlan parcialmente y por ende se tiene un grado de incertidumbre para el sistema.

A continuación, se muestra el resultado de la implementación de dicha metodología para la obtención de un modelo Grey GM (1,3) y también un modelo Grey GMC (1,3) que en si es la corrección hecha al modelo Grey GM (1,3) aplicando la integral de convolución. En la figura 1 se muestran las gráficas de los operadores de secuencia acumulados (1-AGO) de los dos modelos y de los datos experimentales en los cuales se aprecia claramente que tanto el modelo GM (1,3) y el modelo GMC (1,3) siguen de forma adecuada a la secuencia de acumulación de los datos experimentales, aunque es necesario observar el comportamiento que tendrán los modelos al ser comparados con los datos de origen que se muestran en la figura 2 donde también se puede apreciar con claridad las predicciones realizadas en base al modelo GM (1,3) y GMC (1,3) comparadas con los datos de origen de temperatura. Es clara la diferencia de un sistema al otro, los dos muestran una falla en las primeras mediciones solo que una corresponde a un error negativo y otro a un error positivo no obstante ambos modelos siguen la tendencia de los datos originales solo que el GMC (1,3) tiene la predicción más acertada.

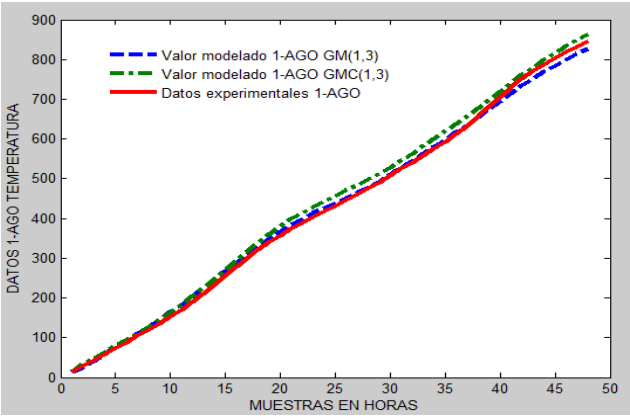

Figura 1 Valores modelados de 1-AGO para GM (1,3), GMC (1,3) y datos experimentales

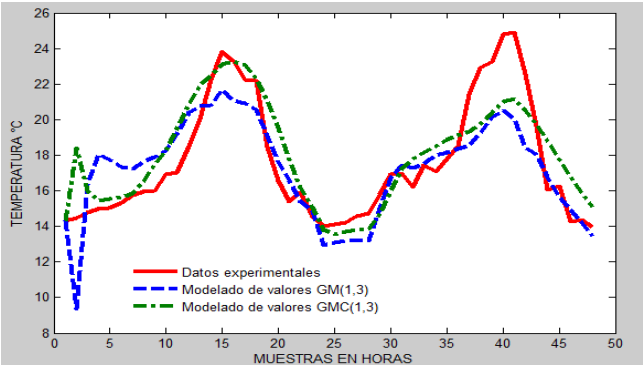

Figura 2 Valores modelados de 1-IAGO para GM (1,3), GMC (1,3) y datos experimentales

Comparando los porcentajes de la raíz de error cuadrático medio (root mean squared percentage error RMSPE), anteriores (RMSPEPR) y posteriores (RMSPEPO) a la muestra que en este caso es de 24, se muestran en la Tabla 2

Tabla 2 RMSPE para ambos modelos

	GM (1.3)	*GMC (1,3)*
RMSPEPR (%)	12.03	9.68
RMSPEPO (%)	9.560	9.662

Se observa que los porcentajes de la raíz de error cuadrático medio en el modelo GMC (1,3) son un poco más bajos lo que indica que la predicción del GMC (1,3) es más acertada según este porcentaje, entre más cerca del cero se encuentren estos porcentajes la predicción será en esa medida más precisa.

En la figura 3 se muestran las gráficas de los modelados GM (1,2), GMC (1,2) y datos experimentales. Este análisis corresponde a una prueba previa para la obtención del modelo, para estos modelos solo se utilizó la temperatura y humedad como series de entrada a comparación con los modelos GM (1,3) y GMC (1,3) en el que se incluyó la luminosidad. Se puede observar en la figura que al igual que los modelos utilizados estos siguen la predicción, pero con más errores por lo tanto se optó por utilizar los modelos que incluyen 3 series de entrada.

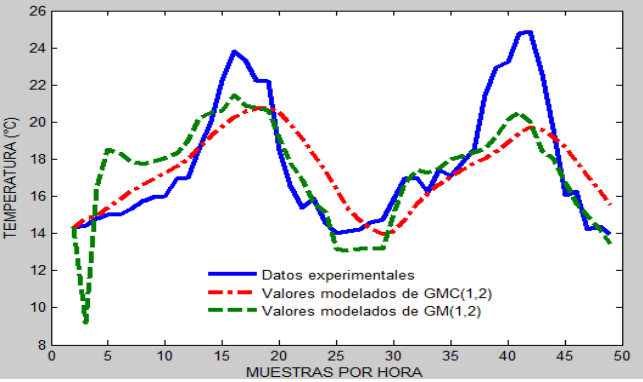

Figura 3 Valores modelados de 1-IAGO para GM (1,2), GMC (1,2) y datos experimentales

5. DISCUSIÓN

El establecimiento de un modelo Grey para la búsqueda del comportamiento de la temperatura en el interior de un invernadero ha quedado sustentada con la aplicación de un modelo GM (1,3), que representa una técnica importante en la predicción de valores en sistemas que presentan incertidumbres en su información, aunque con algunas observaciones que se mencionan más adelante.

En lo que se refiere al modelo GM (1,3) se logró obtener una ecuación diferencial que representa el comportamiento del sistema, la cual ira cambiando dependiendo de los datos de origen que se establezcan.

$$\frac{dX_1^{(1)}(t)}{dt} + 0.8224X_1^{(1)}(t) = 0.2389X_2^{(1)}(t) + 18.4426$$

En primer lugar se fijó un horizonte de predicción, el cual fue de 1 día haciendo uso de 24 muestras correspondientes a cada hora del día, al elegir este horizonte de predicción se tiene que tomar en cuenta que el comportamiento de la temperatura en un día es bastante cambiante y tiene intervalos con pendiente tanto positiva como negativa, esto no favorece la utilización del modelo para este sistema ya que en teoría y como se usa una secuencia de operación acumulada (AGO) los elementos usados tendrían que ser crecientes, por esta razón la implementación de la metodología Grey para la predicción puede no ser tan exacta como para otro tipo de sistemas que tienen ya sea una tendencia positiva o negativa en sus valores de origen.

Uno de los objetivos de esta investigación fue probar que tan buena será la predicción de un modelo Grey a pesar de ser aplicada para este tipo de sistemas. Cuando se empezó con los primeros modelos se realizaron pruebas; como lo fue variando el intervalo de muestreo, variando el horizonte de predicción, usando diferentes combinaciones de sistemas GM (1, n), uno de ellos mostrado en la figura 3 optando por utilizar el modelo GM (1,3) que es un modelo de primer orden con tres variables, dicho modelo es el que mejor resultados otorgo.

Al observar los resultados de predicción del modelo GM (1,3) se realizó una modificación o corrección del mismo aplicando la integral de convolución para así obtener el modelo de predicción GMC (1,3)

$$\frac{dX_1^{(1)}(t)}{dt} + 0.8224X_1^{(1)}(t) = 0.2389X_2^{(1)}(t) + 18.4426$$

el cual mejora un poco los resultados anteriormente obtenidos. Hay muchos modelos GM (1, n) mejorados correctamente, algunos de ellos incluyen la integral de convolución [7] [8] [9] [10].

6. CONCLUSIONES

La investigación arroja una valiosa introducción al estudio de la teoría de sistemas Grey ya que hay pocos o ningún trabajo de investigación en nuestro idioma y una aplicación del modelo GM (1,n), el cual aún y cuando las predicciones no sean exactas muestra que a pesar de la naturaleza inherente del comportamiento de la temperatura de un invernadero, es capaz de realizar una predicción que muestra qué tendencia tendrá nuestra variable utilizada, así mismo esta información proporcionada por el modelo puede ser utilizada de muchas formas que serán de utilidad para la aplicación de control y automatización de invernaderos.

Cabe señalar que un modelo GM (1, n) es una técnica para modelar con un enfoque determinista por naturaleza y genera aproximaciones del comportamiento de un sistema dinámico, es modelo útil cuando se cuenta con una escasa disponibilidad de datos.

Se conocen de muchos estudios y se sabe de grandes logros al aplicar la teoría de sistemas Grey alrededor del mundo, pero aún hay mucho que investigar y aplicar en lo que se refiere a esta teoría.

El estudio queda abierto para futuras investigaciones haciendo uso de la teoría de sistemas Grey, la cual quedó plasmada en el presente trabajo. La predicción de un sistema como el de la temperatura de un invernadero requiere que se siga trabajando en el perfeccionamiento del modelo matemático, ya sea añadiendo más variables, cambiando los intervalos de predicción, usando algún otro tipo de corrección al modelo GM (1,3) como lo son las series de Fourier o un modelo Grey Verhulst.

En resumen, la teoría de sistemas Grey es una teoría relativamente nueva, y que está en pleno proceso de maduración, la cual permite que investigadores,

estudiantes, y otros realicen estudios más a fondo sobre su funcionamiento y aplicaciones.

6. Bibliografía y Referencias

[1] Sagarpa. (s.f.) secretaria de agricultura, ganadería, desarrollo rural, pesca y alimentación. Recuperado el 20 de 05 de 2015, de http://2006-2012.sagarpa .gob.mx/agricultura/Paginas/Agricultura-Protegida2012.aspx

[2] Guantes Ruiz, J. (2006). El mercado de los invernaderos en México, notas sectoriales. México.

[3] Sifeng Liu, Y. L. (1998). An introduction to grey systems. Academic Publisher.

[4] Erdal Kayacan, B. U. (2010). Grey system theory-based models in time series prediction. Expert Systems with Applications, 1784 - 1789.

[5] Deng, J. (1988). Essential Topics on Grey Systems: Theory and Applications. China Ocean Press.

[6] Tien, T.-L. (2012). China Ocean Press,. Applied Mathematics and Computation, 4903-4916.

[7] Tien, T.-L. (2005). The indirect measurement of tensile strength of material by the grey prediction model GMC (1, n). Measurement Science Technology 16, 1322–1328.

[8] Tien, T.-L. (2008). The indirect measurement of tensile strength for a higher temperature by the new model IGDMC (1, n). Measurement 41, 662–675.

[9] Tien, T.-L. (2009). The deterministic grey dynamic model with convolution integral DGDMC (1, n). Applied Mathematical Modelling 33, 3498–3510.

[10] Tzu-Li, T. (2010). Forecasting CO2 output from gas furnace by grey prediction model IGMC (1, n). Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers 31, 55–65.